PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 21. 1. November 1918. 19. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 23 am 25. Oktober 1918.

INHALT:

Originalmitteilungen:

A. Rubinowicz, Bohrsche Frequenzbedingung und Erhaltung des Impulsmomentes. II. Teil. S. 465.

P. Debye u. P. Scherrer, Atombau. S. 474.

J. Wimmer, Über den Einfluß ultraroter Eigenfrequenzen auf den Brechungsexponenten im sichtbaren Spektralgebiet. S. 483.

Besprechungen:

E. Lecher, Lehrbuch der Physik. S. 486.

H. Usener, Der Kreisel als Richtungsweiser. (Bemerkungen von A. Sommerfeld u. H. Usener.) S. 487.

E. Hinselmann, Unveränderlichkeit oder Veränderlichkeit der Lage der Erdachse? S. 487.

A. Kowalewski, Newton, Cotes, Gauß, Jacobi. S. 488.

Personalien. S. 488.

Gesuche. S. 488.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Bohrsche Frequenzbedingung und Erhaltung des Impulsmomentes.

II. Teil.

(Fortsetzung und Schluß zu S. 445.)

Von A. Rubinowicz.

§ 5. Feinstruktur der wasserstoffähnlichen Spektrallinien. Unsere obigen Überlegungen beziehen sich zunächst auf Atome, die nicht der Einwirkung eines elektrischen oder magnetischen Feldes unterworfen sind. Die hier erhaltenen Folgerungen lassen sich somit unmittelbar nur soweit sie sich auf das Auswahlprinzip (12) beziehen, an der Feinstruktur der H-Balmerlinien und der Linien des ionisierten Heliums (im folgenden stets als He_+-Linien bezeichnet) prüfen. Die auf die Polarisation des von dem Atome ausgesandten Lichtes bezüglichen Resultate können jedoch in unserem Falle, wo ein äußeres Feld nicht vorhanden ist, und die stationären Bahnen mithin keine bestimmte räumliche Lagerung besitzen, zunächst nicht unmittelbar mit der Erfahrung verglichen werden. Dies wird erst ermöglicht, wenn wir in den folgenden Paragraphen unsere ganze Theorie auf den Fall des Zeeman- und des Starkeffektes verallgemeinern. In dem zunächst Folgenden besprechen wir die Feinstrukturen.

Beim Übergange des Elektrons aus der Quantenbahn m, m' in die Bahn n, n' ($m+m' > n+n'$) müßte bei Berücksichtigung des Einflusses der relativistischen Massenveränderlichkeit, bei Ausschluß der Pendelbahnen und bei Nichtvorhandensein eines sonstigen Auswahlprinzipes die entstehende Spektrallinie aus $(m+m').(n+n')$ Komponenten bestehen, wie dies bei der Funkenanregung der Heliumlinie 4686 in der Tat der Fall zu sein scheint.

Zur Bezeichnung der einzelnen Komponenten wollen wir nach Paschen[1]) und Sommerfeld[1]) das ganze Liniengebilde zunächst entsprechend der Vielfachheit der Endbahn in $n+n'$ Gruppen I, II, III, ... teilen und in diesen, je nach der Vielfachheit der Anfangsbahn, die $m+m'$ Komponenten $a, b, c, \ldots$ unterscheiden, beide Male im Sinne wachsender radialer Quantenzahl (von 0 bis $n+n'-1$ bzw. bis $m+m'-1$) also von der Kreisbahn zur Ellipse größter Exzentrizität hin gezählt.

—Unser Auswahlprinzip

$$|m-n| \leq 1$$

besagt nun offenbar, daß jedem n höchstens drei Werte m entsprechen können, d. h. von allen Linien der Liniengruppen I, II, III, ... können höchstens je drei Linien sichtbar sein. Dieses Auswahlprinzip ist offenbar seinem Wesen nach verschieden von den Sommerfeldschen Quantenungleichungen, die aus den Versuchsergebnissen Paschens abgeleitet sind. Dennoch werden wir uns gleich an Beispielen überzeugen können, daß auch unser Auswahlprinzip — mit Ausnahme je einer Komponente der Heliumlinien 4686 und 3203 — praktisch die „exaktere" Fassung der Sommerfeldschen Quantenungleichungen zu ersetzen und demnach sonst im allgemeinen die Paschenschen Gleichstromfeinstrukturen gut wiederzugeben vermag.

In den folgenden, im wesentlichen aus der Sommerfeldschen Abhandlung entnommenen Figuren sind die durch die „exaktere" Sommerfeldsche Quantenungleichung

$m' > n'$ ausnahmslos gültig,
$m > n$ im allgemeinen gültig

ausgeschlossenen Linien punktiert eingezeichnet, Linien, die nach der „gröberen" Quantenungleichung

$m' > n'$ und $m > n$ ausnahmslos gültig

fortfallen sollten, nach der exakteren aber doch noch möglich sind, durch einen kurzen Pfeil angedeutet. Die nach den beiden obigen Quan-

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. 50, 901, 1916.

1) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. 51, 1, 1916.

tenungleichungen möglichen Linien sind ausgezogen. Ihre Länge ist proportional ihrer vermutlichen Intensität. Eine unter der Bezeichnung der Linie angebrachte Ziffer 0 oder 1 bedeutet, daß die Linie durch unser Auswahlprinzip (12) ausgeschlossen bzw. zugelassen wird.

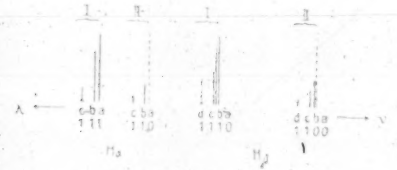

Fig. 1.

Wir betrachten zunächst die Balmerserie des Wasserstoffs. Für H_α (Fig. 1) stimmt unser Schema mit dem Sommerfeldschen vollständig überein. Bei H_β (Fig. 1) sollte nach unserem Auswahlprinzip auch Ia und IIb fortfallen. Nach unserem Auswahlprinzip besteht überhaupt jede Linie der Balmerserie aus drei Komponenten der Gruppe I und zwei der Gruppe II. Die Unterschiede gegenüber den Sommerfeldschen Quantenungleichungen sind aber experimentell nicht feststellbar, da die Einzelkomponenten jeder der Gruppen I und II bisher nicht aufgelöst werden konnten und die Gruppen I und II nur als je eine Linie beobachtet werden, zusammen also ein Dublett geben. Aber selbst die durch den Ausfall von Komponenten bedingte Änderung der Dublettweite dürfte versuchsmäßig kaum feststellbar sein, da die einzelnen Komponenten in den Gruppen I und II mit wachsender Ordnungszahl der Linien immer näher aneinander rücken.

Sehr eingehend läßt sich dagegen unsere Theorie an den Feinstrukturen der He_+-Linien prüfen. Diese Linien wurden bekanntlich früher als die erste und die zweite Nebenserie des Wasserstoffs beschrieben und werden ohne Rücksicht auf die Relativitätskorrektion durch die Formeln

$$\nu = 4N\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (16)$$

$$\nu = 4N\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (17)$$

dargestellt. Die Hauptlinie der Serie (16) ($m = 4$) hat die Wellenlänge 4686 Å.-E. Ihre Feinstruktur (Fig. 2) wurde von Paschen[1]) sowohl bei Gleichstrom- als bei Funkenanregung überaus sorgfältig gemessen und bildet eine der stärksten Stützen der Sommerfeldschen Theorie. Mit Ausnahme von Id, wo, im Widerspruche mit dem Auswahlprinzip (12), $m - n = 2$, werden sämtliche mit den Sommerfeldschen exakteren Quantenungleichungen verträglichen Linien auch hier durch unser Auswahlprinzip zugelassen. Die Tatsache, daß Id im Gleichstrombilde ganz deutlich (schwach auch im Funkenbilde) zu beobachten ist und daß ferner im Funkenbilde auch alle anderen nach (12) nicht zulässigen Komponenten beobachtet werden, zeigt uns handgreiflich, daß die Bedingungen für die Gültigkeit unseres, für ein kräftefreies Feld strenge Gültigkeit beanspruchenden Auswahlprinzipes (12) beim Experimente nicht immer erfüllt sind. Wir sehen den Grund hierfür in einer beginnenden Beeinflussung des Strahlungsvorganges durch das in jeder Geißlerröhre stets vorhandene elektrische Feld, das, noch zu schwach um die Lage der Linien merklich zu verändern, sie gleichwohl wegen des beim Starkeffekt gültigen Auswahlprinzips schon hervorzurufen vermag [vgl. § 8 Gl. (32)].

Fig. 2.

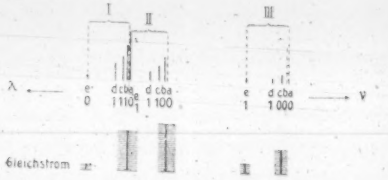

Fig. 3.

Auch bei der zweiten Linie der Serie (16) ($m = 5$) mit der Wellenlänge 3203 Å.-E. ist die schwächste beobachtete Komponente Ie (Fig. 3) mit dem Auswahlprinzip (12) nicht verträglich, was wir hier ebenfalls als einen beginnenden Einfluß des Starkeffekts deuten. Die sonstigen aus der Fig. 3 zu entnehmenden Unterschiede gegen die Sommerfeldschen Quantenungleichungen lassen sich wohl an den Paschenschen Beobachtungen kaum kontrol-

1) F. Paschen, l. c.

lieren. Das gleiche gilt sicherlich auch von den übrigen Gliedern der Serie (16) sowie von der ganzen Serie (17).

§ 6. Über die Möglichkeit der Übertragung unserer Betrachtungen auf den Fall des Zeeman- und des Starkeffekts. Versucht man auf dem bereits beschrittenen Wege unsere Theorie für den Zeeman- und Starkeffekt zu verallgemeinern, so stößt man zunächst auf eine Schwierigkeit: Wenn ein äußeres Feld vorhanden ist, dann besteht der Satz von der Konstanz des Impulsmoments schon für das Atom allein im Falle des elektrischen Feldes nur für die eine, zur Feldrichtung parallele Komponente, im Falle des magnetischen Feldes aber überhaupt nicht mehr. In seiner vektoriellen, dreikomponentigen Form gilt ja dieser Satz allein für Systeme, die nur inneren Kräften unterworfen sind. Die hier auftretende Schwierigkeit steckt jedoch in Wirklichkeit nur in einer für unsere jetzigen Zwecke zu weit gehenden Idealisierung der tatsächlichen Verhältnisse und sie ist überwunden, wenn wir das Atom zusammen mit den das elektrische oder magnetische Feld erzeugenden Leitern und Magneten als ein System auffassen. Es muß also auch für den Fall des Zeeman- und des Starkeffekts möglich sein, grundsätzlich auf dem gleichen Wege, den wir bei nicht vorhandenem äußeren Felde gegangen sind, zu einem Auswahlprinzip und zu einer Polarisationsregel zu gelangen.

Der eigentliche Weg zur Behandlung des Zeeman- und des Starkeffekts besteht demnach in dem Grenzübergange aus einem Dreikörperproblem. Unser Ziel können wir aber auch bei diesem Vorgehen nur erreichen, wenn wir über die Art des Grenzübergangs und über den Impulsmomentaustausch zwischen Atom und felderzeugendem Körper während der Ausstrahlung gewisse Festsetzungen treffen. Wir versuchen es daher beim Zeemaneffekt zunächst (§ 7) mit einem einfacheren Verfahren, nämlich mit der Annahme, daß das Auswahlprinzip und die Polarisationsregel bei Einwirkung des magnetischen Feldes ebenso lauten, wie sie sich aus unseren bisherigen Überlegungen bei den durch die gleichen Quantenzahlen bestimmten Übergängen des Elektrons für den Grenzfall eines „äußeren magnetischen Feldes von der Stärke Null" ergeben. Diese Annahme wird der Erfahrung schon von vornherein wenigstens insoweit gerecht, als sowohl das Auswahlprinzip als auch die Polarisationsregel Dinge betreffen, die beim Zeemaneffekt von der Stärke des magnetischen Feldes vollkommen unabhängig sind.

Auf den Fall des Starkeffekts lassen sich, wie wir dies im § 8 auseinandersetzen werden, die obigen einfachen Überlegungen, was man schon von vornherein erkennen kann, nicht anwenden; hier sind wir gezwungen auf den zuerst angedeuteten Weg zurückzugreifen.

Im § 8 werden wir ferner auch auf die Bedeutung dieses prinzipiellen Weges für den Fall des Zeemaneffekts zurückkommen und die beiden beim Zeemaneffekt möglichen Wege miteinander vergleichen.

§ 7. Zeemaneffekt. Die Quantelung des Zeemaneffekts läßt sich in dem Falle eines „magnetischen Feldes von der Stärke Null" mit Hilfe der räumlichen Polarkoordinaten[1]) r, φ, ϑ, deren Achse $\vartheta = 0$ mit der Richtung des äußeren Feldes zusammenfällt, einfach durchführen. Um eine hinreichend genaue Quantelung im Falle der nicht verschwindenden magnetischen Feldstärke zu erzielen, genügt es dann im wesentlichen, dieses Koordinatensystem um die Richtung des Feldes $\mathfrak{H}$ mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\dot{\gamma} = \frac{e}{m} \cdot \frac{\mathfrak{H}}{c}$$

($e/m\,c$ spezifische Ladung des Elektrons, $\mathfrak{H}$ magnetische Feldstärke) rotieren zu lassen, wobei die Richtungen der Winkelgeschwindigkeit und des Feldes miteinander übereinstimmen.

Sind $p_r, p_\varphi, p_\vartheta$ die den Koordinaten r, φ, ϑ entsprechenden Impulse, so lauten für $\mathfrak{H} = 0$ die Quantenbedingungen

$$\int_0^{2\pi} p_\varphi \, d\varphi = n_1 h, \int p_\vartheta \, d\vartheta = n_2 h, \int p_r \, dr = n' h. \tag{18}$$

Sie bestimmen Ellipsen von genau den gleichen Abmessungen, wie unsere früheren zweidimensionalen Quantenbedingungen

$$2\pi p = n h, \int p_r \, dr = n' h,$$

wobei zwischen den „alten" und den „neuen" Quantenzahlen der Zusammenhang

$$n = n_1 + n_2, \; n' = n'$$

besteht. Durch (18) wird aber außerdem auch die räumliche Lage der Ellipsen festgelegt, und zwar so, daß die Normale auf die Ebene der jeweils durchlaufenen stationären Bahn mit der Richtung des magnetischen Feldes den durch

$$\cos \alpha = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \tag{19}$$

bestimmten Winkel α bildet. Da demnach $\cos \alpha$ von n' nicht abhängt, so sind die zugehörigen

1) Im folgenden richten sich unsere Bezeichnungen nach A. Sommerfeld, diese Zeitschr. 17, 491, 1916. Die Quantentheorie des Zeeman-Effektes wurde gleichzeitig auch von P. Debye, diese Zeitschr. 17, 507, 1916 entwickelt.

im ganzen $n = n_1 + n_2$ räumlichen Lagen einer durch die Quantenzahlen n, n' bestimmten gequantelten Ellipse unabhängig von n' und allein durch die azimutale Quantenzahl n, d. h. durch die Größe ihres Impulsmoments gegeben. Mit Rücksicht auf den (nach der klassischen Elektronentheorie bestehenden) nahen Zusammenhang zwischen dem Impuls- und dem magnetischen Moment ist mithin für die räumliche Lage der gequantelten Ellipse allein ihr magnetisches Moment maßgebend.

Für die Energie der Bahn n_1, n_2, n' gilt dann im Falle $\mathfrak{H} = 0$ der Ausdruck

$$W_0 = -\frac{Nh}{(n_1 + n_2 + n')^2}.$$

Ist aber das äußere Feld $\mathfrak{H}$ von Null verschieden, so ist die Energie einer gequantelten Bahn durch[1])

$$W = W_0 + \frac{1}{2} p_\chi f$$

gegeben, wo $f = |\mathfrak{f}|$ und p_χ die Projektion des im rotierenden Bezugssystem räumlich konstanten Impulsmoments auf die Richtung des magnetischen Feldes bedeutet. Nun ist p_χ seinem Vorzeichen nach[2]) positiv oder negativ, je nachdem das Elektron um die positive Richtung des magnetischen Feldes im Sinne einer Rechts- oder Linksschraube sich bewegt. Da das stets positive Phasenintegral $\int p_\chi d\chi = n_1 h$ im Sinne des umlaufenden Elektrons zu nehmen ist, so gilt offenbar:

$$\int_0^{+2\pi} p_\chi d\chi = +2\pi \cdot p_\chi = n_1 h$$

wenn $\dot{\chi}$ und mithin p_χ positiv sind und

$$\int_0^{-2\pi} p \; d\chi = -2\pi \cdot p_\chi = n_1 h$$

wenn $\dot{\chi}$ und mithin p_χ negativ sind.

Es wird daher

$$W = W_0 \pm \frac{n_1 h}{4\pi} f$$

wo das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem das Elektron um die Richtung des Feldes im Sinne einer Rechts- oder Linksschraube läuft. Die Schwingungszahlen der in einem magnetischen Felde ausgesandten Linien werden daher durch:

$$\nu = N\left(\frac{1}{(n_1 + n_2 + n')^2} - \frac{1}{(m_1 + m_2 + m')^2}\right) \pm \pm \frac{e}{mc}\frac{H}{4\pi}(m_1 - n_1) \quad (20)$$

gegeben, wobei bezüglich der Wahl des Vorzeichens die obige Festsetzung zu beachten ist.

Wir kehren nun zur Betrachtung des Falles $\mathfrak{H} = 0$ zurück und wollen hier die Überlegungen des § 2 mit Rücksicht auf die räumliche Quantelung weiter fortführen.

Zunächst betrachten wir den Fall, wo

$$m - n = (m_1 + m_2) - (n_1 + n_2) = \pm 1 \quad (21)$$

ist. Da hier nach § 2 die Anfangs- und die Endbahn in der gleichen Ebene liegen, so muß nach (19)

$$\frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad (22)$$

sein. Den Gleichungen (21) und (22) wird zunächst offenbar entsprochen durch

$$\begin{cases} n_1 = m_1 = 0 \\ m_2 - n_2 = \pm 1, \end{cases} \quad (23a)$$

d. h. Anfangs- und Endbahn liegen in einer Ebene durch die Richtung des magnetischen Feldes. Setzt man nun $n_1 \neq 0$ und $m_1 \neq 0$ voraus, so folgt aus (21), indem man dort aus (22) $m_1 + m_2$ oder $n_1 + n_2$ einsetzt:

$$(m_1 - n_1)\frac{n_1 + n_2}{n_1} = (m_1 - n_1)\frac{m_1 + m_2}{m_1} = \pm 1,$$

was nur für

$$\begin{cases} n_2 = m_2 = 0 \\ m_1 - n_1 = \pm 1 \end{cases} \quad (23b)$$

möglich ist. Dies bedeutet aber mit Rücksicht auf (19), daß die Anfangs- und Endbahnen des Elektrons jetzt in der Ebene senkrecht zur Feldrichtung liegen. Beachten wir noch die für $m - n = \pm 1$ im § 3 erhaltenen Ergebnisse, so können wir sagen: Bei Berücksichtigung der räumlichen Quantelung wird im Falle $m - n = \pm 1$ rein zirkular-polarisiertes Licht ausgestrahlt, wobei die Anfangs- und Endbahn, sowie die zirkulare Bahn des Ersatzelektrons alle in der gleichen Ebene liegen, die entweder durch die Richtung des magnetischen Feldes geht (Fall 23a) oder zu ihr senkrecht steht (Fall 23b). Der Fall (23b) entspricht den beiden äußeren, im Längseffekte zirkular-polarisierten Zeemankomponenten. Der Fall (23a) kann aber in Wirklichkeit nicht vorkommen. Ihm entspricht ja die mittlere Triplettkomponente und diese müßte, wenn (23a) auftreten sollte, sowohl im Längs- als auch im Quereffekt, und zwar unpolarisiert bzw. nur teilweise polarisiert beobachtbar sein.

1) Vgl. A. Sommerfeld, diese Zeitschr. 17, 491, 1916. Diese Beziehung wird erhalten, wenn in dem letzten dort auf S. 493 gegebenen Ausdrucke für W aus der dortigen Beziehung (8) das p_χ eingeführt wird. χ ist im rotierenden Bezugssysteme die dem Winkel φ im ruhenden Systeme entsprechende Koordinate.

2) Vgl. A. Sommerfeld, l. c. S. 493, Formel (8) und beachte die Tatsache, daß das dort benutzte System von räumlichen Polarkoordinaten so beschaffen ist, daß der Richtung des magnetischen Feldes $\vartheta = 0$ ein Anwachsen des Winkels χ durch eine Rechtsschraube zugeordnet ist.

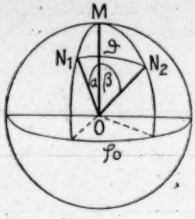

Fig. 4.

In dem noch zu betrachtenden Falle

$$m - n = (m_1 + m_2) - (n_1 + n_2) = 0 \quad (24)$$

muß nach (14) der von den Ebenen der Anfangs- und der Endbahn eingeschlossene Winkel ϑ der Ungleichung

$$\cos\vartheta \geq 1 - \frac{1}{2n^2} \quad (25)$$

entsprechen. Bezeichnen wir mit α und β die Winkel, die die Normalen ON_1 bzw. ON_2 (vgl. Fig. 4) auf die Ebenen der Anfangs- und der Endbahn mit der Richtung $\overrightarrow{OM}$ des Feldes einschließen und mit φ_0 den Winkel, den die Projektionen dieser Normalen auf die Ebene senkrecht zum Felde miteinander bilden, so ist

$$\cos\alpha = \frac{n_1}{n_1 + n_2}, \quad \cos\beta = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad (26)$$

und aus dem Dreiecke $N_1 N_2 M$ folgt

$$\cos\vartheta = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\cos\varphi_0 .$$

(25) gibt somit

$$\frac{n_1 m_1 + \sqrt{n^2 - n_1^2}\sqrt{m^2 - m_1^2}\cos\varphi_0}{n^2} \geq 1 - \frac{1}{2n^2}$$

oder umgeformt:

$$-(n^2 - n_1^2)(n^2 - m_1^2)\sin^2\varphi_0 - \frac{1}{4} \geq$$
$$\geq n^2[(n_1 - m_1)^2 - 1] + n_1 m_1. \quad (27)$$

Diese Ungleichung kann nur für

$$n_1 - m_1 = 0$$

erfüllt sein.

Da nämlich stets n_1 und m_1 gleiches Zeichen haben und mithin

$$n_1 m_1 \geq 0$$

ist, so müßte nach (27)

$$0 > n^2[(n_1 - m_1)^2 - 1]$$

gelten, was offenbar nur für

$$m_1 - n_1 = 0 \quad (23c)$$

bestehen kann. Aus (24) und (26) folgt dann aber $\alpha = \beta$, d. h. für den Fall, daß sich bei der Strahlung des Atoms sein Impulsmoment nicht ändert, liegen die Ebene der Anfangs- und der Endbahn unter dem gleichen Winkel zur Richtung des magnetischen Feldes geneigt. Damit ist aber noch nicht gesagt, daß die beiden Ebenen miteinander auch zusammenfallen. Daher sind die Polarisationsverhältnisse durch die bisherigen Voraussetzungen noch nicht bestimmt und selbst aus der ad hoc gemachten Annahme, daß die Anfangs- und Endbahn in der gleichen Ebene liegen, folgt jetzt nur (vgl. § 3), daß unser harmonisch schwingendes Ersatzelektron rein linear-polarisiertes Licht aussendet (was ja beim Zeemaneffekt in Wirklichkeit zutrifft), ohne daß wir aber die räumliche Lage der Geraden, in der unser Ersatzelektron schwingt, irgendwie festlegen könnten. Wir bemerken noch, daß auch aus der Voraussetzung $m - n = 0$ eindeutig als Folgerung $m_1 - n_1 = 0$ sich ergibt.

Die obigen für $\mathfrak{H} = 0$ abgeleiteten Ergebnisse sollen nun durch die schon früher angekündigte Annahme, daß sie auch in einem magnetischen Felde von nicht verschwindender Feldstärke unverändert bestehen bleiben, auf den wirklichen Fall des Zeemaneffekts übertragen werden. Nach der von Sommerfeld und Debye entwickelten Theorie sollten nach (20), wie bekannt, neben dem beobachteten Triplett noch weitere in Wirklichkeit nicht beobachtete Linien auftreten, nämlich falls in (20) $|m_1 - n_1| > 1$ gesetzt wird. Selbst durch die Sommerfeldschen Quantenungleichungen kann diese Diskrepanz in der Balmerserie nur bei H_α behoben werden. Nach unseren Annahmen ist dagegen (vgl. 23a, b und c)

$$|m_1 - n_1| \leq 1$$

und von der in (20) enthaltenen Mannigfaltigkeit von Linien kann daher nur das normale Triplett auftreten. Weiter ergibt sich jetzt im Falle $m_1 - n_1 = \pm 1$, d. h. im Falle der beiden äußeren Triplettkomponenten in vollständiger Übereinstimmung mit der Erfahrung nach (23b) eindeutig die Erklärung der Tatsache, daß diese beiden Komponenten durch eine zirkulare Schwingung des Ersatzelektrons zustande kommen. Selbst der Sinn der zirkularen

Fig. 5.

Polarisation läßt sich aus unseren Annahmen vorhersagen. Nach (20) wird nämlich beim Ausstrahlen der nach Violett hin gelegenen Triplettkomponente für den Fall, daß das Elektron die Feldrichtung im Sinne einer Rechtsschraube umkreist, der Absolutbetrag des Impulsmoments unseres Atoms beim Elektronenübergange abnehmen, im Falle einer Umkreisung im Sinne einer Linksschraube aber zunehmen. Das Impulsmoment der ausgestrahlten Welle hat dann in beiden Fällen die Richtung des magnetischen Feldes $\mathfrak{H}$ (vgl. Fig. 5a u. 5b). Nach der Beziehung (4) wird ein so gerichtetes Impulsmoment von einem Ersatzelektron ausgestrahlt, dessen Umlaufssinn der Feldrichtung durch eine Rechtsschraube zugeordnet ist und das mithin einem entgegen der Richtung der Kraftlinien blickenden Beobachter rechtszirkulares Licht zustrahlt. Wir bemerken noch, daß im Falle der Fig. 5a die Umlaufsrichtung des Elektrons in der Anfangs- und Endbahn mit der Umlaufsrichtung des strahlenden Ersatzelektrons identisch ist, daß dies in der Fig. 5b aber nicht mehr zutrifft. Die Umlaufsrichtung des Elektrons in den stationären Bahnen und die des Ersatzelektrons sind hier einander entgegengesetzt gerichtet. Bei der gegen das Rot hin gelegenen äußersten Triplettkomponente ist naturgemäß der Sinn der Polarisation der entgegengesetzte. Diese Ergebnisse sind in Übereinstimmung mit der Beobachtung (vgl. etwa M. Abraham, Theorie der Elektrizität, Bd. 2, 3. Aufl. S. 73).

Nicht ebenso befriedigend sind die Ergebnisse unserer Theorie für die mittlere Triplettkomponente, d. h. für den Fall $m_1 - n_1 = 0$, wo — wie schon oben bemerkt wurde — die Polarisationsverhältnisse nur bei Anwendung weiterer Hilfsannahmen bis auf eine kleine Lücke festgelegt werden können (s. o. Formel 23a und c).

Wir bemerken jedoch, daß wir auch beim Zeemaneffekt den Weg über das Dreikörperproblem grundsätzlich für richtiger halten. Nur die Berücksichtigung der Impulsmomente der sämtlichen Faktoren, welche zusammen ein nur inneren Kräften unterworfenes System bilden, rechtfertigt die Benutzung des Satzes von der Erhaltung des Impulsmoments. Aus dem Grenzfall $\mathfrak{H} = 0$ läßt sich in Strenge für $\mathfrak{H} \neq 0$ nichts extrapolieren. In der Tat stimmen auch die jetzt erhaltenen Ergebnisse mit jenen, die wir auf dem Wege über das Dreikörperproblem erhalten (vgl. § 8), nicht ganz überein.

§ 8. Starkeffekt. Wir wollen hier zunächst kurz zeigen, daß eine formelle Anwendung der beim Zeemaneffekt benutzten Gedankengänge beim Starkeffekt schon aus theoretischen Gründen nicht durchführbar ist und in der Tat am Widerspruche mit der Erfahrung scheitert. Sodann soll der zum Ziele führende Weg beschritten werden.

Wir beginnen damit, daß wir an einige Ergebnisse der Theorie von Epstein[1]) und Schwarzschild[2]) erinnern. Die Quantelung unseres Problems gelingt in einem System von räumlichen parabolischen Koordinaten. Liegt etwa x in der Richtung des elektrischen Feldes und ist y die Entfernung von der x-Achse, so bilden x, y und ein Winkel φ ein System von Zylinderkoordinaten und die parabolischen Koordinaten ξ, η, φ werden dann durch die Beziehung

$$x + iy = \frac{1}{2}(\xi + i\eta)^2, \varphi = \varphi$$

gegeben.

Sind nun m_1, m_2, m_3 bzw. n_1, n_2, n_3 die den Koordinaten ξ, η, φ entsprechenden Quantenzahlen der Anfangs-, bzw. Endbahn, so werden in einem elektrischen Felde von der Feldstärke E von einem H-Atom die Linien

$$\begin{cases} \nu = N\left(\frac{1}{(n_1+n_2+n_3)^2} - \frac{1}{(m_1+m_2+m_3)^2}\right) + \\ \qquad + \frac{3h}{8\pi^2 mec} E \cdot Z \\ Z = (m_1+m_2+m_3)(m_1-m_2) - \\ \qquad - (n_1+n_2+n_3)(n_1-n_2) \end{cases} \tag{28}$$

emittiert.

Beim Grenzübergange $E = 0$ liefert (28) unmittelbar die Balmersche Formel mit Vernachlässigung der Relativitätskorrektion. Die für $E = 0$ sich hier ergebenden stationären Bahnen sind aber geometrisch durchaus von den „richtigen" verschieden, die bei der Quantelung mit Hilfe der ebenen Polarkoordinaten r, φ und mit Rücksicht auf die Relativität erhalten werden. Damit im Einklange steht die Tatsache, daß das Impulsmoment p einer solchen in parabolischen Koordinaten gequantelten Ellipsenbahn für $E = 0$ jetzt durch

$$p^2 = \frac{h^2}{4\pi^2}\{(n_1+n_3)(n_2+n_3) + n_1 n_2 - \tag{29}$$
$$- 2\sqrt{n_1 n_2 (n_1+n_3)(n_2+n_3)}\cos\beta'\sqrt{2A}\}$$

gegeben wird, wo A die Energie und β'[3]) eine durch die Quantenzahlen nicht näher bestimmte Konstante bedeutet. p hat somit überhaupt nur in dem Fall, wo n_1 oder n_2 verschwindet, einen durch Quantenzahlen eindeutig festgelegten Wert und ist im allgemeinen kein ganzzahliges Vielfaches von $\frac{h}{2\pi}$.

1) P. Epstein, Ann. d. Phys. 50, 489, 1916.
2) K. Schwarzschild, Berl. Ber. 1916, S. 548.
3) Vgl. P. Epstein, l. c. S. 496.

Sucht man nun die Überlegungen des § 2 formell auf die jetzigen Verhältnisse (und zwar zunächst wie beim Zeemaneffekt für $E=0$) zu übertragen, so scheitert man vor allem schon an dem Vorhandensein von Sonderfällen, wo bei einem Elektronenübergang sich p um Vielfache von $\frac{h}{2\pi}$ ändert, die größer als 1 sind, was offenbar nicht zulässig ist. So kann z. B. die $Z=18$ entsprechende stärkste p-Komponente von H_γ[1]) allein nur durch den Übergang des Elektrons aus der Anfangsbahn $m_1=4$, $m_2=0$, $m_3=1$ in die Endbahn $n_1=1$, $n_2=0$, $n_3=1$ zustande kommen. Nach (29) muß dabei das Impulsmoment des Atoms im Grenzfalle, wenn $E=0$ ist, von

$$p=\frac{h}{2\pi}\sqrt{5} \quad \text{auf} \quad p=\frac{h}{2\pi}\sqrt{2} \qquad (30)$$

abnehmen. Nun ist aber die Polarisation dieser Linie nach den Beobachtungen Starks[2]) im Längs- und Quereffekt eine solche, wie sie im Bilde der klassischen Theorie einem Elektron entspricht, welches parallel dem elektrischen Felde schwingt, und es dürfte demnach das Atom bei der Ausstrahlung dieser Linie sein Impulsmoment überhaupt nicht ändern, im Widerspruche mit (30).

Selbstverständlich dürfen wir über dieses Versagen des jetzt versuchten Weges nicht weiter staunen. Wie wir schon oben bemerkt haben, ergibt zwar die Epstein-Schwarzschildsche Quantelung im feldlosen Falle $E=0$ für die stationären Bahnen bekanntlich die richtigen Energiewerte; die Bahnen und die hier den Bahnen zugeordneten Impulsmomente (29) sind jedoch offenbar falsch. Sie widersprechen nämlich der für $E=0$ mit Hilfe der ebenen Polarkoordinaten r, φ erhältlichen (und wie von P. Epstein wiederholt betont wurde auch beim Starkeffekt für $E=0$ eigentlich richtigen) Quantelung, die allein den Forderungen des Relativitätsprinzips und damit der Feinstruktur entspricht. Es ist daher vollständig einleuchtend, daß wir aus der für $E=0$ falschen Quantelung durch Extrapolation auf $E\neq 0$ ein richtiges Resultat nicht erhalten können. Um auf dem jetzt beschrittenen Wege zum Ziele zu gelangen, müßten wir von der bisher nicht durchgeführten Quantelung des Starkeffekts bei Berücksichtigung des Relativitätseinflusses ausgehen. Außerdem bleibt natürlich gegen den oben betrachteten Weg nach unseren allgemeinen Gesichtspunkten (vgl. § 6 und das über den Zeemaneffekt im § 7 Gesagte) auch hier der Einwand voll zu Recht bestehen, daß Schlüsse auf die Polarisation des ausgesandten Lichtes nur mit Rücksicht auf das Impulsmoment aller an dem Systeme beteiligten Faktoren gemacht werden dürfen.

Eine Übereinstimmung der Beobachtungen am Starkeffekt mit unseren allgemeinen Betrachtungen läßt sich aber in der folgenden Weise erzielen. Wir denken uns zunächst, daß der das elektrische Feld erzeugende Körper sich im Endlichen befindet, eine endliche Masse besitzt und frei beweglich ist. Elektron, Kern und felderzeugender Körper bilden dann ein nur inneren Kräften unterworfenes System, dessen Impulsmoment sich zeitlich nicht ändert. Von diesem „wirklichen" Falle aus gelangen wir dann, indem wir den felderzeugenden Körper immer weiter vom Atom wegrücken und dabei die Ladung des Körpers entsprechend anwachsen lassen zu dem von Epstein und Schwarzschild rechnerisch behandelten Grenzfalle des Starkeffekts. Uns handelt es sich vor allem darum, den Beitrag des unendlich fernen, felderzeugenden Körpers zum Impulsmomente $\mathfrak{J}$ des gesamten Systems „Atom + felderzeugenden Körper" im Grenzfalle festzustellen. Dies kann durch eine einfache Rechnung oder noch einfacher durch eine Überlegung erschlossen werden. Zweifellos läßt sich unser Grenzübergang so einrichten, daß im Grenzfalle $\mathfrak{J}$ einen endlichen Wert hat. Bekanntlich ist nun das Impulsmoment unseres, dem Einflusse des elektrischen Feldes unterworfenen Atoms nur in seiner zur Feldrichtung $\mathfrak{e}$ parallelen Komponente zeitlich konstant, während es in der dazu senkrechten zeitlich veränderlich ist. Da nun $\mathfrak{J}$ konstant ist, so muß mithin im Grenzfalle das Impulsmoment des felderzeugenden Körpers in seiner zu $\mathfrak{e}$ senkrechten Komponente zeitlich veränderlich (indem es das veränderliche Impulsmoment des Atoms kompensiert) und in seiner zu $\mathfrak{e}$ parallelen Komponente zeitlich konstant sein. Da noch, wie eine nähere Abschätzung zeigt, im Grenzfall bei einer ins Auge gefaßten Bewegung des Atoms das Impulsmoment des felderzeugenden Körpers nur bis auf einen konstanten Beitrag bestimmt ist, so können wir sagen: Die zur Feldrichtung $\mathfrak{e}$ parallelen Komponenten der Impulsmomente von Atom und felderzeugendem Körper stehen während der Bewegung des Atoms in keiner Wechselbeziehung zueinander und haben voneinander unabhängige, zeitlich konstante Werte.

Diese letzterwähnte Tatsache legt uns die für das Folgende grundlegende Annahme nahe, daß auch während eines Elektronenübergangs die zur Feldrichtung $\mathfrak{e}$ parallele Komponente

1) Vgl. P. Epstein, l. c. S. 512.

2) J. Stark, Elektrische Spektralanalyse chemischer Atome. Leipzig 1914, vgl. S. 33.

des Impulsmoments vom felderzeugenden Körper ungeändert bleibt. Die Änderung der in die Feldrichtung e fallenden Komponenten des gesamten Impulsmomentes $\mathfrak{J}$ ist dann bei einem Elektronenübergang gleich der Änderung der zu e parallelen Komponente des Impulsmoments des Atoms. Da nun diese Größe nach Epstein vor, bzw. nach dem Elektronenübergang gleich $m_3 \frac{h}{2\pi}$ bzw. $n_3 \frac{h}{2\pi}$ ist, so ist nach der jetzt gemachten Voraussetzung die Änderung der in die Richtung von e fallenden Komponente von $\mathfrak{J}$ bei einem Elektronenübergang durch

$$(m_3 - n_3)\frac{h}{2\pi} \qquad (31)$$

gegeben.

Beträgt nun der Absolutbetrag des Impulsmoments $\mathfrak{J}$ vor bzw. nach der Ausstrahlung $m \frac{h}{2\pi}$ bzw. $n \frac{h}{2\pi}$, wo m und n jetzt eventuell nicht mehr ganze Zahlen sein werden (solange die Quantelung des Dreikörperproblems nicht durchgeführt ist, läßt sich darüber nichts Bestimmtes aussagen), so folgt jetzt aus dem § 2, da die dortigen Schlüsse keineswegs an der Ganzzahligkeit von m und n hängen, ebenso wie dort

$$|m - n| \leqq 1,$$

d. h. die Änderung des Absolutbetrages des gesamten Impulsmoments $\mathfrak{J}$ kann bei der Ausstrahlung höchstens $\frac{h}{2\pi}$ betragen. Da aber bei dem Elektronenübergang die Änderung der in die Richtung von e fallenden Komponenten höchstens gleich dem Absolutbetrage der höchstzulässigen gesamten Änderung dieses Vektors sein kann, so erhalten wir jetzt aus (31), daß

$$|m_3 - n_3| \leqq 1$$

ist, d. h. es besteht für die Versuchsbedingungen des Starkeffektes das nachstehende

Auswahlprinzip: Ein Übergang des Elektrons aus einer stationären Bahn m_1, m_2, m_3 in eine andere n_1, n_2, n_3 ($m_1 + m_2 + m_3 > n_1 + n_2 + n_3$) kann bei Vorhandensein eines äußeren elektrischen Feldes nur so erfolgen, daß sich dabei die Quantenzahl m_3 höchstens um eine Einheit ändert, d. h.

$$m_3 - n_3 = +1, 0, -1. \qquad (32)$$

Wir bemerken gleich, daß man in der Tat feststellen [1]) kann, daß bei allen beim Starkeffekt beobachteten Linien stets solche Übergänge vorhanden sind, wo die Quantenzahl m_3 sich höchstens um eine Eins ändert, d. h. unser Auswahlprinzip widerspricht nicht der Erfahrung.

Nunmehr gehen wir zur Besprechung der Polarisationsverhältnisse über. Bekanntlich hat Epstein empirisch eine Polarisationsregel aufgestellt, die sich ausnahmslos bewährt hat und folgendermaßen lautet:

Bei allen Elektronenübergängen, wo $m_3 - n_3$ eine gerade, bzw. ungerade Zahl ist, erscheint bei Beobachtung des Quereffektes (d. h. senkrecht zu den Kraftlinien) die entstehende Lichtwelle so polarisiert, als ob sie (im Bilde der klassischen Theorie) von einem zur Feldrichtung parallel, bzw. senkrecht schwingenden Elektron (*p*- und *s*-Komponenten) herrühren würde.

Nach unserer Bemerkung zum Auswahlprinzip ersetzen wir hier zunächst die Epsteinsche Alternative: $m_3 - n_3$ gerad- oder ungeradzahlig durch die Alternative: $m_3 - n_3$ gleich 0 oder gleich ± 1. Für den Fall $m_3 - n_3 = \pm 1$ gelten dann bei allen in § 2 benutzten Ungleichungen die Gleichheitszeichen; die Änderung des gesamten Impulsmomentes $\mathfrak{J}$ hat hier den höchstzulässigen Betrag $h\,2\pi$, erfolgt in der Richtung e des Feldes (da ja hier die höchstzulässige Änderung von $\mathfrak{J}$ schon in der Richtung e der einen Komponente vor sich geht, muß die Richtung der ganzen Änderung eben mit der Richtung dieser Komponente zusammenfallen), und unser Ersatzelektron muß rein zirkularpolarisiertes Licht ausstrahlen, wobei es sich in der Ebene senkrecht zu den Kraftlinien bewegt. Damit ist offenbar die eine Hälfte der Epsteinschen Regel bewiesen. Für den Fall $m_3 - n_3 = 0$ können wir zur Erklärung der Epsteinschen Polarisationsregel nur durch die ad hoc gemachte Zusatzhypothese gelangen, daß sich für $m_3 - n_3 = 0$ überhaupt das Impulsmoment unseres gesamten Dreikörpersystems nicht ändert. Unser harmonisch schwingendes Ersatzelektron muß dann (vgl. § 3) rein linear-polarisiertes Licht aussenden, wobei aber die Richtung der Geraden, in der das Ersatzelektron sich bewegt, noch unbestimmt bleibt.

Unsere Theorie fordert aber auch, daß alle Linien, für die $m_3 - n_3 = \pm 1$ ist, d. h. daß alle *s*-Komponenten des Quereffekts auch im Längseffekt (d. h. in der Richtung der Kraftlinien) sichtbar sind. Diese Linien werden nämlich durch ein in der Ebene senkrecht zur Feldrichtung zirkular schwingendes Ersatzelektron ausgesendet. Darüber hinaus können wir aber noch behaupten, daß im Längseffekt diese Linien unpolarisiert erscheinen müssen. Jetzt wird zwar einer bestimmten Komponente der

1) Herr P. Epstein hatte die Freundlichkeit, die Richtigkeit dieser Behauptung an der Hand seiner Aufzeichnungen zu prüfen.

durch das elektrische Feld zerlegten Spektrallinie im allgemeinen ein Wert $m_3 - n_3 = +1$ oder -1 eindeutig zugeordnet und damit bei jeder Komponente eindeutig festgelegt, ob das Impulsmoment des Atoms, wenn sie ausgestrahlt wird, dem absoluten Betrage nach, ab- oder zunimmt; da hier aber die Energie des Elektrons (im Gegensatze zum Zeemaneffekt) von seinem Umlaufssinne um die Feldrichtung vollständig unabhängig ist, so kann hier bei einer ins Auge gefaßten Komponente diese Impulsmomentänderung im oder entgegen dem Sinne des Feldes erfolgen, je nach dem Sinne, in dem das Elektron in der Anfangs- oder Endbahn läuft. Dies bedeutet aber, daß bei jeder Komponente im Längseffekt sowohl rechts als auch links zirkulares Licht ausgestrahlt werden kann und daher diese Linien im Längseffekt unpolarisiert erscheinen müssen. Dies wird durch die Beobachtungen Starks[1]) vollständig bestätigt.

Das Auswahlprinzip (32) enthält im Gegensatze zum Auswahlprinzip (12) keine Festsetzungen über den Betrag der bei einem Elektronenübergange stattfindenden Änderung des gesamten Impulsmoments des Systemes „Kern + Elektron". Darin liegt eine Möglichkeit, die teilweise Nichtübereinstimmung von (12) mit den beobachteten Feinstrukturen (vgl. § 5) zu erklären. Ist nämlich ein äußeres, wenn auch noch so schwaches elektrisches Feld vorhanden, so kommt es nicht mehr auf die Änderung des gesamten Impulsmoments an, sondern nur auf die Änderung seiner zur Feldrichtung parallelen Komponente. Diese kann aber, wenn nur die Anfangs- und Endbahn des Elektrons gegen das Feld entsprechend geneigt sind, sehr wohl entsprechend der Ungleichung (32), kleiner als $h/2\pi$ sein, während z. B. wie bei der Komponente 1d der He_+-Linie 4686 Å.-E. die Änderung des gesamten Impulsmoments gleich $2\,\frac{h}{2\pi}$ ist (vgl. § 5). Allerdings handelt es sich hier, solange wir nicht eine Theorie des Starkeffekts mit Berücksichtigung des Relativitätseinflusses haben, vorläufig nur um eine unbewiesene, wenn auch sehr wahrscheinliche Vermutung.

Wir können jetzt auch sofort übersehen, zu welchen Resultaten beim Zeemaneffekt das hier eingeschlagene Vorgehen führt. Während wir in § 7 in den dortigen Bezeichnungen das Auswahlprinzip

$$|m - n| \leqq 1 \text{ und gleichzeitig } |m_1 - n_1| \leqq 1$$

hatten, tritt jetzt an dessen Stelle allein die Forderung

$$|m_1 - n_1| \leqq 1,$$

ohne daß gleichzeitig $m - n$ irgendwelchen Einschränkungen unterworfen wäre. Dadurch wird vor allem die Zahl der Entstehungsmöglichkeiten der Triplettkomponenten, insbesondere die der beiden äußersten (s. u.), erheblich vermehrt. Die Aussagen des § 7 über die Polarisationsverhältnisse bleiben dabei vollinhaltlich bestehen.

Die Frage, welcher von den beiden, beim Zeemaneffekte eingeschlagenen Wege der richtigere ist, läßt sich, bevor das Dunkel des Ausstrahlungsvorganges noch nicht aufgehellt ist, eigentlich nicht abschließend beantworten. Grundsätzlich für richtiger (vgl. § 6 und den letzten Absatz des § 7) halten wir das beim Starkeffekt angewandte Verfahren. Doch auch die Intensitätsverhältnisse im Zeeman-Triplett scheinen diese Ansicht zu stützen. Nach § 7 sollte nämlich die Intensität der mittleren Triplettkomponente im Vergleiche zu den beiden äußeren Komponenten mit der Ordnungszahl der zerlegten Balmerlinie wachsen und im allgemeinen noch größer sein als 2:1, wie dies wirklich beobachtet wird. Es kommen ja nach § 7 für die Erzeugung der beiden äußeren Triplettkomponenten nur jene Quantenbahnen in Betracht, die in der Ebene senkrecht zur Feldrichtung verlaufen, während die die mittlere Komponente liefernden Bahnen eine beliebige durch Quantenzahlen festgelegte Orientierung haben können. Die Zahl der Entstehungsmöglichkeiten der mittleren Komponente ist daher im allgemeinen um vieles größer als die der beiden äußeren zusammengenommen.

Das beim Starkeffekt angewandte Verfahren zur Quantelung schränkt aber auch beim Zeemaneffekte bei keiner Triplettkomponente die räumliche Orientierung der gequantelten Anfangs- und Endbahnen[1]) ein.

Zusammenfassung.

Aus der Forderung, daß beim Übergang des Elektrons aus einer stationären Bahn in eine andere das vom Atome verlorene Impulsmoment in der ausgestrahlten Welle sich vollständig wiederfindet, wird ein Auswahlprinzip erhalten, dem praktisch die Sommerfeldschen Quantenungleichungen gleichwertig sind. Die Verallgemeinerung der Theorie für den Fall des Zeemaneffekts erklärt vor allem das Nichtauftreten der nach der Sommerfeld-Debyeschen Theorie zu erwartenden, beim Versuche aber nicht beobachteten überzähligen Komponenten. Schließ-

1) J. Stark, l. c. S. 33.

1) Vgl. hierzu A. Sommerfeld, Münchner Ber. 1917, S. 83.

lich kann beim Zeeman- und Starkeffekt eine an der Erfahrung sich bestätigende, wenn auch nicht ganz vollständige Polarisationsregel angegeben werden.

München, Institut für theoretische Physik, im Mai 1918.

(Eingegangen 22. Mai 1918.)

Atombau.

Von P. Debye und P. Scherrer.

Wenn wir heutzutage zu der Überzeugung gekommen sind, daß die Atome als Planetensysteme bewegter elektrischer Massen aufzufassen sind, so erwächst uns die Aufgabe diese Planetensysteme im einzelnen genau so zu ergründen, wie das von Astronomen in ihrem Gebiet gemacht wird, um dann auf Grund des erhaltenen Bildes nunmehr alle Atomäußerungen verstehen zu können. Es ist keine Frage, daß das ungeheure, an Genauigkeit unübertroffene Material, welches die Spektralanalytiker im Laufe der Zeit zusammengebracht haben, im Sinne der auf Bohr zurückgehenden Quantenansätze verarbeitet, dabei eine Hauptrolle spielen wird. Ganz unberechtigt wäre es indessen, wenn wir daraufhin die vielen anderen mit der Atomstruktur eng verknüpften Erscheinungen bei der Verfolgung des Hauptzieles vernachlässigen wollten, auch dann, wenn dieselben in quantitativer Hinsicht wesentlich weniger weit verfolgt werden können, als uns das bei Wellenlängenbestimmungen geläufig ist. Eine Frage von sehr großer Bedeutung, nämlich die nach der Erklärung der chemischen Valenz, ist offenbar verhältnismäßig wenig eng verknüpft mit den Erfahrungen auf spektralem Gebiete, welche sich ja der Hauptsache nach auf freie Atome beziehen. Es liegt nahe, auch die Valenzzahlen zum Wirkungsquantum in Beziehung zu setzen; ja, man kann sogar in einem Falle von einer Erfüllung dieser Forderung sprechen, wenn man bedenkt, wie im Modell des Wasserstoffmoleküls der die Atome bindende Valenzstrich der chemischen Formel mit Erfolg durch einen einquantigen Elektronenring ersetzt wird. Man wird sich sofort die Frage vorlegen, ob auch in anderen Fällen, nicht nur bei Wasserstoff, ähnliche Elektronenringe die Rolle der Valenzstriche übernehmen können und insbesondere, ob man ihre ev. Existenz mit experimentellen Mitteln nachweisen kann. Eine diesbezügliche Frage, welche in besonderer Weise unser Interesse beansprucht, ist die, welche uns vorgelegt wird, sobald wir uns das Gleichgewicht der Kräfte im Kristall und damit die Gründe für die Möglichkeit der Kristallstrukturen näher überlegen.

Tatsächlich folgt ja sofort aus der Bedingung, daß das elektrostatische Potential der Potentialgleichung genügen soll, die Tatsache, daß jenes Potential nirgends im Raume ein Maximum oder Minimum haben kann. Das bedeutet aber, daß ein Kristall, bei dem wir zwischen den Atomen nur elektrische Kräfte annehmen, niemals ein im stabilen Gleichgewicht befindliches Gebilde darstellt. Es ist verlockend, diese Schwierigkeit durch Heranziehung von gequantelten Elektronenringen im oben bezeichneten Sinne zu umgehen. Wie wir uns vielfach in Gesprächen überzeugen konnten, hat man tatsächlich von verschiedenen Seiten Versuche gemacht, um diese Idee quantitativ zu verwerten.

Gerade bei Kristallen aber sind wir in der glücklichen Lage, die Grundidee der Elektronenringe auf ihre Richtigkeit direkt experimentell zu prüfen; eine Tatsache, welche in unmittelbarem Zusammenhange steht, mit dem einzigen Punkte in der v. Laueschen Interferenztheorie[1]), der dort nur formell gefaßt wird. Diese Theorie nämlich geht von dem Ansatze aus, daß ein von Strahlung getroffenes Atom eine Sekundärstrahlung in den Raum hinausschickt, welche in fester Phasenbeziehung zur auffallenden Welle steht, und deren Amplitude und Raumverteilung ebenfalls bestimmt ist. Über die Art dieser letztgenannten Größen wird indessen keine Annahme gemacht. Es wird das alles nur phänomenologisch gefaßt durch Einführung der unbestimmten v. Laueschen Strahlenkoeffizienten ψ, deren spezielle Eigenschaften im übrigen für den unmittelbaren Zweck der v. Laueschen Theorie ja auch nicht herangezogen zu werden brauchen. Indessen zeigte sich bald die Wichtigkeit einer näheren Bestimmung jener Größen ψ. Bekanntlich wurden ja die Braggschen Fortschritte zu einem wesentlichen Teile erst dadurch ermöglicht, daß über diese Koeffizienten die Annahme gemacht wurde, sie seien dem Atomgewicht des betreffenden zerstreuenden Atoms (wenigstens annähernd) proportional. Es scheint Bragg selbst nicht aufgefallen zu sein und wurde auch sonst wenig beachtet, daß diese Annahme im Widerspruche zu den Erfahrungen steht, welche man schon vorher über die Zerstreuung von Röntgenstrahlung gesammelt hat und als gesichert anzusehen hatte. Barkla[2]) hatte schon seine Resultate über den in üblicher Weise gemessenen Zerstreuungs-

1) Siehe z. B. den Enzyklopädie-Artikel (V, 24) Wellenoptik von M. v. Laue, S. 459.

2) C. G. Barkla, Phil. Mag. 7, 543, 1904; 21, 648, 1911.

koeffizienten s in Materie von der Dichte ϱ (wenigstens für Substanzen von kleinem Atomgewicht) zusammengefaßt in der Formel

$$\frac{s}{\varrho} = 0{,}2. \qquad (1)$$

Nun bedeutet s die gesamte von 1 cm³ der Substanz pro Sekunde zerstreute Strahlung, wenn eine Primärstrahlung von der (überall gleichen) Intensität 1 die Zerstreuung anregt. Nennt man den Zerstreuungskoeffizienten des Atoms σ (so daß also ein Atom, bestrahlt mit der Intensität J pro Sekunde im ganzen die Energie σJ zerstreut), dann wird

$$s = \frac{\sigma \varrho}{A m_H},$$

wobei A das Atomgewicht und m_H die Masse eines Wasserstoffatoms bedeutet. Das Barklasche Gesetz besagt also

$$\sigma = 0{,}2\, m_H A, \qquad (2)$$

d. h. die von einem Atom zerstreute Intensität ist dem Atomgewicht proportional. Der Braggsche Ansatz indessen behauptet dieselbe Proportionalität von der zerstreuten Amplitude, und doch bewähren sich beide Ansätze. Das kann natürlich nur so verstanden werden, daß beide Ansätze Näherungen sind für das richtige Gesetz unter verschiedenen äußeren Bedingungen.

Das Barklasche Gesetz hatte zur Zeit seiner Entstehung den Umstand für sich, daß auch die theoretische Begründung nicht ausstand. Befindet sich nämlich ein einziges völlig freies Elektron in einem Röntgenstrahlenbündel von der Intensität J und berechnet man nach der klassischen Elektrodynamik die Streustrahlung, die von diesem Elektron infolge der von der Primärstrahlung aufgezwungenen Bewegung ausgesandt wird, so findet man dafür den Betrag:

$$\frac{8\pi}{3}\frac{\varepsilon^2}{\mu^2 c^4} J$$ [1])

wobei ε die Ladung, μ die Masse des Elektrons und c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Eine wesentliche Eigenschaft der Streustrahlung eines Elektrons besteht nach dem angegebenen Ausdruck darin, daß dieselbe ihrem Betrage nach von der Wellenlänge der Primärstrahlung völlig unabhängig ist. Sind nun pro Atom Z Elektronen vorhanden, dann wird man für dessen Zerstreuungskoeffizienten σ annehmen:

$$\sigma = \frac{8\pi}{3}\frac{\varepsilon^2}{\mu^2 c^4} Z. \qquad (3)$$

Nun erübrigt es nur noch, im Zusammenhange mit der durch die Röntgenstrahlenuntersuchungen vermittelten Bedeutung des periodischen Systems der Elemente, für Z den Wert $\frac{A}{2}$ zu substituieren, um das Barklasche Gesetz in der Form:

$$\sigma = \frac{4\pi}{3}\frac{\varepsilon^4}{\mu^2 c^4} A$$

zu bekommen. Auch der Zahlenfaktor hat den richtigen Wert, denn mit

$$\varepsilon = 4{,}77 \cdot 10^{-10}, \quad \frac{\varepsilon}{\mu} = 5{,}30 \cdot 10^{-17}$$

und

$$c = 3{,}00 \cdot 10^{10}$$

wird

$$\frac{4\pi}{3}\frac{\varepsilon^4}{\mu^2 c^4} = 0{,}27 \cdot 10^{-24},$$

während man für den in (2) vorkommendem Faktor 0,2 m_H den Wert

$$0{,}2\, m_H = 0{,}33 \cdot 10^{-24}$$

findet. Die Brücke von hier zum Braggschen Gesetz wird unserer Meinung nach durch eine Bemerkung geschlagen, welche der eine von uns 1915 veröffentlicht hat[1]), und welche den Ausgangspunkt unserer inzwischen angestellten Untersuchungen bildete. Dort wurde nämlich gezeigt, daß man festhalten darf an der Grundidee der Erzeugung der Streustrahlung durch die Elektronen. Denn, hat man lange Röntgenwellen (lang im Verhältnis zu den Elektronenabständen), dann werden im Atom die Elektronen alle in Phase schwingen und deshalb nicht ihre Streuintensitäten, sondern ihre Streuamplituden addieren. Das bedeutet, daß σ nicht nach (3), sondern nach der Formel

$$\sigma = \frac{8\pi}{3}\frac{\varepsilon^4}{\mu^2 c^4} Z^2 \qquad (4)$$

zu rechnen ist. Dieses aber wäre mit $Z = \frac{A}{2}$ das Braggsche Gesetz.

Die quantitative Durchführung der Aufgabe (die im wesentlichen eine Interferenzrechnung ist), zeigt, daß man bei jeder genügend kleinen Wellenlänge um den Primärstrahl einen Winkelraum abgrenzen kann, in dem das Braggsche Gesetz $\sigma \sim A^2$ gilt. Die Öffnung desselben indessen wird mit abnehmender Wellenlänge der Primärstrahlung immer kleiner. Außerhalb dieses Winkelraums bekommt man bald das Barklasche Gesetz $\sigma \sim A$.

So versteht man, wie bei den Braggschen Versuchen, bei denen der Hauptsache nach nur

1) J. J. Thomson, Conduction of electricity through gases. Cambridge 1903, page 271.

1) P. Debye, Ber. d. Königl. Ges. d. Wiss. Göttingen, 27. Febr. 1915.

kleine Glanzwinkel verwendet wurden, die Proportionalität der Amplitude mit dem Atomgewicht eine gute Näherung sein konnte.

Gibt man die Stichhaltigkeit dieser Überlegung zu, dann ist das wesentliche Resultat derselben, auf das es uns für das folgende hauptsächlich ankommt, dieses: Die Streuung der Röntgenstrahlen wird nur von den Elektronen erzeugt. Intensitätsmessungen haben die Bedeutung von Messungen eines Interferenzeffektes der Elektronen, müssen also über Zahl und Lagerung der Elektronen Aufschluß erteilen können.

Darin, daß sowohl das Braggsche, wie das Barklasche Gesetz je nach Umständen aus den Versuchen hervorgeht, liegt zugleich der Nachweis, daß das Wellenlängengebiet, in dem die fraglichen Interferenzen eine wesentliche Rolle spielen, innerhalb experimentell zugänglicher Grenzen liegt. Die spezielle Verwertung und quantitative Durchführung dieser Überlegungen, so, wie sie im folgenden versucht wird, bezieht sich auf drei Punkte, welche in den drei folgenden Paragraphen kurz skizziert werden sollen.

§ 1. Die Frage der Elektronenringe als Koppelungsglieder im Kristallbau.

Da die Elektronen die Ursache für die Streuung sind, hat das, was man bei den Kristallinterferenzen als die Koordinaten des Atoms bezeichnet, unmittelbar mit der Lage des Kernes und damit der Hauptmasse des Atoms nichts zu tun. Dem entspricht es, daß im allgemeinen ein Atom, d. h. in Wirklichkeit seine „Elektronenwolke" nicht durch einen strahlenden Punkt ersetzt werden kann. Anders ausgedrückt: Auch für die Interferenzbeobachtungen müssen die Atome Struktur zeigen. Freilich zeigt eine einfache Rechnung, welche wir in dieser Übersicht nicht reproduzieren wollen, daß der Effekt jener Atomstruktur sich bei Interferenzversuchen nur als Intensitätseffekt bemerkbar machen wird, wodurch er natürlich im allgemeinen weniger auffällig ist. Die Überlegung genügt aber schon, um festzustellen, daß man z. B. nicht von einem Widerspruche reden darf, wenn einerseits die oberflächliche Betrachtung eines KCl und eines $NaCl$ Röntgendiagramms zu keinen Unterschieden zwischen den beiden Strukturen führt, und andererseits Ätzversuche an den Kristallen die beiden Körper in verschiedene Gruppen verweisen.

In besonderen Fällen kann aber jener Effekt auch auffällig werden; ein Beispiel hierfür wäre der Diamant, wenn die Valenzstriche in Wirklichkeit durch Elektronenringe zu ersetzen wären:

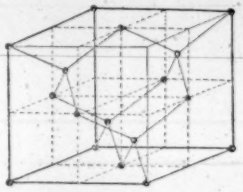

Fig. 1.

Nehmen wir z. B. an, der Elektronenring bestehe aus zwei Elektronen, die in einer Ebene senkrecht zum Bindestrich kreisen, dann hätte jedes C-Atom seinen vier Valenzen entsprechend vier Elektronen abgegeben. Jedes Atom würde also für die Zerstreuung noch zwei Elektronen übrig haben. Dafür würde jetzt die Mitte jedes Valenzstriches auch mit zwei Elektronen besetzt zu denken sein und also gleich stark zerstreuen; denn man kann leicht einsehen, daß der gedachte Ring für genügend lange Wellen so wirkt, als ob die beiden umlaufenden Elektronen in seinem Mittelpunkte gelagert wären.

Man hat also jetzt ein neues Modell mit einem neuen Strukturfaktor S. Während derselbe nach der üblichen Auffassung die Form hat[1])

$$S = 6\left(1 + e^{i\frac{\pi}{2}(h_1+h_2+h_3)}\right) \left\{1 + e^{i\pi(h_1+h_3)} + e^{i\pi(h_2+h_3)} + e^{i\pi(h_2+h_1)}\right\}, \tag{5}$$

wird er jetzt gleich:

$$S' = 2\left[\left(1 + e^{i\frac{\pi}{2}(h_1+h_2+h_3)}\right) + e^{i\frac{\pi}{4}(h_1+h_2+h_3)}\left(1 + e^{i\frac{\pi}{2}(h_1+h_3)} + e^{i\frac{\pi}{2}(h_2+h_3)} + e^{i\frac{\pi}{2}(h_2+h_1)}\right)\right] \left\{1 + e^{i\pi(h_1+h_2)} + e^{i\pi(h_2+h_3)} + e^{i\pi(h_2+h_1)}\right\}. \tag{5'}$$

In der folgenden Tabelle sind in der ersten Kolonne die Indizes der reflektierenden Ebenen nach steigendem Glanzwinkel geordnet. In der zweiten Kolonne sind die Quadrate des absoluten Betrages von S dividiert durch 64 eingetragen, welche als rohes Maß für die zu erwartende Reflexionsintensität gelten können. In der dritten Kolonne endlich stehen die Werte von $|S'|^2/64$.

Wir bemerken noch, daß in der Tabelle I alle

1) Die Amplitude ist entsprechend unserer Überlegungen nicht gleich dem Atomgewicht, sondern gleich der Elektronenzahl gesetzt.

Tabelle I.

Indizes		
(111)	18	11,6
(002)	0	0
(022)	36	4
(113)	18	0,34
(222)	0	16
(004)	36	4
(113)	18	2
(024)	0	0

möglichen Reflexionen enthalten sind für die Wellenlänge

$$\lambda = 1{,}58 \cdot 10^{-8}\,\text{cm},$$

etwa der Cu_α-Strahlung entsprechend. Für kürzere Wellen gibt es mehr, für längere weniger mögliche Refexionen.

Zunächst zeigt uns die Tabelle, daß auch bei Annahme von Elektronenringen die Reflexionen (002) und (024) genau so durch innere Interferenz ausgelöscht werden, wie beim üblichen Modell[1]), dagegen sollte die Reflexion (222), d. h. die Reflexion zweiter Ordnung an der Oktaederebene sich in großer Stärke bemerkbar machen.

Schon Bragg hat indessen von einer solchen Reflexion nichts bemerken können. Eine Kontrollaufnahme mit Diamantpulver nach unserer Methode zeigt, trotzdem das photographische Verfahren wesentlich empfindlicher ist, keine Linie an der der Reflexion (222) entsprechenden Filmstelle, während die benachbarte Linie (004) gut vorhanden ist. Im übrigen entspricht auch sonst das Diagramm in seiner Intensitätsverteilung durchaus nicht der in der zweiten Kolonne angegebenen Zahlenreihe, was schon durch eine oberflächliche Betrachtung festgestellt werden kann.

So kommen wir zu dem Schlusse, daß im Diamant nach Analogie mit dem H_2-Modell gebildete Elektronenringe nicht die gegenseitige Bindung der C-Atome bewirken. Es liegt nahe, auch in anderen Fällen diese Sachlage zu vermuten und tatsächlich haben wir keinen Fall von Elektronenringen als Bindungen im Kristall finden können.

§ 2. Zählung der den Atomen zukommenden Elektronenzahlen.

Nach den Ausführungen der Einleitung ist für genügend lange Wellen die von einem als Elektronenkomplex mit z-Elektronen aufgefaßten Atom zerstreute Amplitude proportional mit z. Die Braggsche Annahme war die rohe Form dieses Gesetzes. Bei beliebiger Wellenlänge können wir dieselbe Proportionalität erwarten für genügend kleine Streuwinkel, oder ganz präzis: Die Proportionalität der Amplitude mit z ist das für verschwindenden Streuwinkel geltende Grenzgesetz bei beliebiger Wellenlänge. Der Faktor in diesem Gesetze ist theoretisch bekannt. Eine absolute Bestimmung der Elektronenzahl bedingt also eine absolute Messung der Streuintensität. Hat man es indessen mit mehratomigen Kristallen zu tun, dann kann an Stelle der absoluten die relative Bestimmung der Elektronenzahlen von den beteiligten Atomen mit sehr viel geringerem Arbeitsaufwand auf Grund von relativen Intensitätsmessungen ausgeführt werden.

Stellen wir uns auf den Standpunkt, daß die eben besprochene Proportionalität mit z für alle Streuwinkel genau richtig ist, dann kann man leicht einige Fälle ausfindig machen, in denen dieses Gesetz ohne viel Mühe zur Entscheidung über die Frage der Elektronenzuordnung zu den Atomen herangezogen werden kann.

Verabreden wir, daß im folgenden die üblichen chemischen Zeichen für die Atome, die vom Atom zerstreute Amplitude bedeuten, dann ist der Strukturfaktor z. B. für Sylvin (KCl) folgendermaßen gebaut:

$$S = \{1 + e^{i\pi(h_1+h_2)} + e^{i\pi(h_2+h_3)} + e^{i\pi(h_3+h_1)}\} \{K + Cl\, e^{i\pi(h_1+h_2+h_3)}\}.$$

Aus dem ersten Faktor folgt, daß Ebenen mit gemischten (aus geraden und ungeraden zusammengesetzten) Indizes nicht reflektieren. Der zweite Faktor besagt, daß die reflektierte Amplitude:

Bei Ebenen, deren Indizessumme gerade ist, proportional

$$K + Cl,$$

und bei Ebenen, deren Indizessumme ungerade ist, proportional

$$K - Cl$$

wird.

Schon Bragg hat Sylvin untersucht und stellte fest, daß Ebenen mit ungerader Indizessumme keine Reflexion geben innerhalb der Grenzen seiner Meßgenauigkeit. Ist das Resultat genau richtig, dann würde das heißen:

$$K = Cl. \qquad (6)$$

Nun hat aber K in freiem Zustande 19 Elektronen, Cl dagegen 17 Elektronen. Die Beziehung (6) kann also, wenn die Amplitude proportional der Elektronenzahl ist, mit gewöhnlichen Atomen nicht erfüllt werden, hätte indessen das Kaliumatom im Kristall ein Elektron

1) Die Reflexion (002) bedeutet Reflexion zweiter Ordnung an der Hexaederebene (001), Entsprechendes gilt für (024) usw.

abgegeben und dem Chloratom übermittelt, dann wäre $K = 18$ und $Cl = 18$ und damit (6) erfüllt. Wäre man also überzeugt, daß die Beziehung (6) in Strenge durch die Braggschen Messungen bestätigt sei, dann hätte diese Feststellung zur Folge, daß im Kristallverband nicht die Atome, sondern die Ionen Kalium und Chlor vorkommen, und zwar einfach geladen mit positivem K-Ion und negativem Cl-Ion.

Nun ist aber die von Bragg erreichte Empfindlichkeit nicht groß genug, um diese Feststellung zu machen, handelt es sich doch um die Frage, ob neben Reflexionen von der Intensität $(K + Cl)^2 = 36^2 = 1296$ noch solche von der Intensität $(K - Cl)^2 = 2^2 = 4$ bemerkt werden können. Dagegen ist unser photographisches Verfahren imstande, auch diese Frage zu erledigen. Als Versuchsobjekt verwendeten wir unter anderem Natriumfluorid. Wie die Aufnahme ergibt, ist dieses ähnlich wie KCl und $NaCl$ gebaut. Die folgende Tabelle enthält das Resultat der Ausmessung einer NaF-Aufnahme:

Tabelle II.

Intensität	$\sin\frac{\vartheta}{2}$	Indizes	$\frac{\sin\vartheta/2}{\sqrt{h_1^2+h_2^2+h_3^2}}$
s—m	0,298	002	0,149
st	**0,328**	**002**	**0,164**
s—m	0,417	022	0,148
st	**0,465**	**022**	**0,164**
s	0,515	222	0,149
***s**	**0,542**	**113**	**0,164**
st	**0,570**	**222**	**0,165**
s	0,592	004	0,148
m	**0,658**	**004**	**0,164**
st	**0,734**	**024**	**0,164**
st	**0,804**	**224**	**0,164**
ss	0,837	044	0,148
***ss**	**0,853**	**115 / 333**	**0,164**
s	0,890	006 / 244	0,148
m	**0,930**	**044**	**0,164**
ss	0,941	026	0,149
***s**	**0,977**	**135**	**0,165**

ss = sehr schwach, s = schwach, m = mittel, st = stark.

Die Aufnahme wurde mit Cu-Strahlung gemacht. Die fettgedruckten Zahlen beziehen sich auf Cu_α, die in gewöhnlichem Druck auf Cu_β. Daß wir es mit regulären Kristallen zu tun haben, wird durch die Konstanz der Zahlen in der letzten Kolonne dargetan.

Die Hauptsache, worauf es uns ankommt, ist nun die folgende: für gewöhnlich ist $Na = 11$ und $F = 9$. Sind im Kristall einfach geladene Ionen vorhanden, dann wird $Na = 10$ und $F = 10$, und dann sollten wir erwarten, daß Ebenen mit ungerader Indizessumme nicht reflektieren. Durch einen Stern haben wir nun in der Tabelle drei Linien hervorgehoben, deren Indizessumme nach Ausweis der dritten Kolonne ungerade ist, und die trotzdem vorhanden sind. Zwar sind sie schwach, aber doch genügend ausgeprägt, um, wie die vierte Kolonne zeigt, gut meßbar zu sein.

Halten wir nun an unserem vorläufig angenommenem Standpunkte fest, daß die zerstreute Amplitude durchweg proportional der Elektronenzahl ist, dann folgt aus der Aufnahme

$$Na \neq F$$

und das würde am einfachsten dahin zu deuten sein, daß die Atome nicht geladen sind.

Andererseits aber würde diese Annahme große Schwierigkeiten mit sich bringen. Zwar ist unseres Wissens NaF nicht auf Restzahlen untersucht, die Analogie im Bau mit $NaCl$ und so weiter macht aber die Existenz eines ultraroten Absorptionsgebietes äußerst wahrscheinlich. Wie man ein solches aber mit Hilfe von ungeladenen Atomen verstehen sollte, ist uns ganz unklar.

Die Überlegungen in der Einleitung lassen vielmehr einen anderen Ausweg ohne weiteres zu. Es ergab sich dort, daß der Theorie nach das verfeinerte Braggsche Gesetz (mit Elektronenzahlen an Stelle von Atomgewichten) nur ein Grenzgesetz für kleine Winkel ist. Außerdem haben wir einen anderen Einfluß, nämlich die Temperaturbewegung der Atome, hier noch nicht berücksichtigt. Von dieser ist bekannt, daß sie eine verschiedene Schwächung der Streuungskoeffizienten der Atome bedingt, falls dieselben Temperaturbewegungen mit verschiedener Amplitude ausführen, was nicht von der Hand zu weisen ist, da die Massen der beiden Atome verschieden sind. Nach den früher zu diesem Effekte mitgeteilten Formeln[1]) hat er mit dem anderen zuerst genannten Umstande die Eigenschaft gemein, daß er für verschwindenden Zerstreuungswinkel verschwindet.

Beides weist also darauf hin, daß einwandfreie Resultate nur erreicht werden können, wenn es gelingt, die relativen Zerstreuungskoeffizienten für den Grenzfall eines verschwindenden Streuwinkels experimentell zu fassen. Im übrigen weist schon eine Besonderheit unserer Aufnahme in diese Richtung. Neben den drei durch einen Stern hervorgehobenen Linien könnte noch eine mit ungerader Indizessumme, nämlich die Linie (111) erwartet werden. Dieselbe müßte bei

$$\sin\frac{\vartheta}{2} = 0{,}284$$

auftreten, ganz am Anfange des Films, also bei

1) P. Debye, Ann. d. Phys. **43**, 49, 1914.

sehr kleinem Streuwinkel. Wir konnten sie aber nicht entdecken.

Zugleich als Übergang zu dem im § 3 behandelten Gegenstand soll jetzt über Intensitätsmessungen berichtet werden, welche die relativen Elektronenzahlen bei LiF nunmehr einwandfrei bestimmen. LiF kristallisiert wieder ähnlich wie $NaCl$, KCl, NaF usw. Nur insofern ist gegen NaF und KCl ein Unterschied vorhanden, als im freien Zustande $Li = 3$ und $F = 9$ ist, so daß auch dann, wenn die „Gitterpunkte" Ionen sind, ein Verschwinden der Reflexion an Ebenen mit ungerader Indizessumme nicht zu erwarten ist. Nach wie vor sind nur Ebenen mit ungemischten Indizes vorhanden. Bei Ebenen mit gerader Indizessumme ist der Strukturfaktor proportional $(Li + F)$, bei Ebenen mit ungerader Summe ist derselbe proportional $(Li - F)$.

Es wurde eine neue Aufnahme mit LiF-Pulver als strahlender Substanz nach unserer Methode hergestellt, und zwar wurde dafür gesorgt, daß die Schwärzungen den Wert 1 nicht überstiegen [1]). Hat man diese Vorsorge getroffen, dann ist, wie Friedrich und Koch nachgewiesen haben [2]), einfache Proportionalität zwischen Schwärzung und Intensität vorhanden, sofern die Schwärzung von Röntgenstrahlung herrührt. Wesentlich ist natürlich darüber hinaus, daß die Linien, die man vergleichen will, von Röntgenstrahlung einheitlicher Wellenlänge erzeugt wurden, und das ist bei unserer Aufnahme ja von selbst erfüllt. Alle verglichenen Linien rühren von der K_α-Strahlung von Kupfer her. Mit einem Hartmannschen Mikrophotometer, bei dem ähnlich wie beim Kochschen selbstregistrierenden, mit Hilfe von Kaliumzellen die zu beobachtende Intensität in den Ausschlag eines Elektrometers umgesetzt wurde, haben wir dann die zu den verschiedenen Indizes gehörigen Linien photometriert. Zunächst erhalten wir also als Maß der Schwärzung der betreffenden Stelle in der Linie den Ausschlag des Elektrometers. Von Herrn Hartmann bezogen wir aber eine Schwärzungsskala, das ist eine photographische Platte mit Feldern bekannter, mittels direkter Messung bestimmter Schwärzungen. Mit Hilfe dieser Skala war es möglich, die beobachteten Elektrometerausschläge in absolute Schwärzungen und damit nach dem Friedrich-Kochschen Gesetz in Intensität der Röntgenstrahlung umzusetzen. Für jede Linie wurde in dieser Weise eine Intensitätskurve gezeichnet, deren Flächeninhalt nach Abzug der Schleierschwärzung der Intensität der Linie direkt proportional zu setzen ist.

Um nun von der Intensität zum beobachteten Strukturfaktor zu kommen, bedarf es noch einer (theoretisch begründeten) Reduktion, welche im folgenden § 3 auseinandergesetzt wird. Ist dieselbe ausgeführt, dann entstehen im vorliegenden Falle schließlich Zahlen, welche in unserer Bezeichnungsweise proportional den Größen

$$(Li + F)^2, \text{ bzw. } (Li - F)^2$$

sind, jedesmal für den betreffenden Streuwinkel unter dem die Linie auftritt. Den Streuwinkel selbst kann man am einfachsten messen durch die Summe der Indizesquadrate

$$h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 = H^2$$

der betreffenden Linie, denn bekanntlich gilt,

$$\sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \frac{\lambda^2}{4a^2}(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2),$$

wenn λ die benutzte Wellenlänge und a die Gitterkonstante ist. Folgende Tabelle enthält das Resultat der Messungen

Tabelle III.

h_1, h_2, h_3	$H^2 = h_1^2+h_2^2+h_3^2$	$(Li+F)^2$, bzw. $(Li-F)^2$.
111	3	*107
002	4	239
022	8	112
113	11	*17,6
222	12	63,8
004	16	46,6
133	19	*7,05
024	20	28,8
224	24	17,2

Durch einen Stern sind die Intensitätszahlen, welche zu Ebenen mit ungerader Indizessumme gehören, hervorgehoben. Dieselben sind also proportional $(Li - F)^2$. Alle anderen Zahlen gehören zu Ebenen mit gerader Indizessumme und sind demnach proportional $(Li + F)^2$. Trägt man die $(Li + F)^2$ proportionalen Zahlen der Tabelle als Funktion von $H^2 = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$ auf, dann kann man durch dieselbe eine glatte Kurve legen. Das wurde getan. Die drei $(Li - F)^2$ proportionalen Zahlen liegen, wie schon die Tabelle zeigt, weit unterhalb dieser Kurve. Nun kann man schließlich die letzteren Zahlen vergleichen mit den Ordinaten der Kurve an derselben Stelle und so jedesmal für einen bestimmten Winkel, d. h. also für einen bestimmten Wert von H^2, in unserer Darstellung das Verhältnis

$$\left(\frac{Li + F}{Li - F}\right)^2$$

1) Bekanntlich versteht man unter der Schwärzung einer Stelle des Films den gewöhnlichen Logarithmus des Verhältnisses der auffallenden zur durchgelassenen Intensität.

2) W. Friedrich und P. P. Koch, Ann. d. Phys. 45, 399, 1914.

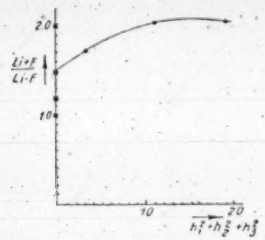

Fig. 2.

bilden. Die folgende kleine Tabelle enthält das Resultat; durch Fig. 2 wird der Inhalt der Tabelle veranschaulicht.

Tabelle IV.

$H^2 = h_1^2+h_2^2+h_3^2$	$\frac{F+Li}{F-Li}$
3	1,72
11	2,04
19	2,06

Jenes Verhältnis ist, wie man sieht, nicht konstant; uns interessiert der für $H^2 = 0$ und damit für $\vartheta = 0$ zu erwartende Grenzwert. Um diesen Grenzwert von Willkür möglichst frei zu bestimmen, legen wir durch die drei Punkte eine quadratische Kurve, deren Gleichung man leicht zu

$$\frac{F+Li}{F-Li} = 1{,}523 + 0{,}0728\ H^2 - 0{,}00234\ H^4$$

bestimmt. Damit haben wir gefunden, daß als Grenzwert für verschwindenden Streuwinkel der Wert

$$\frac{F+Li}{F-Li} = 1{,}52$$

experimentell zu erwarten steht.

Nach der Theorie hat man folgendes zu erwarten:

a) Atome ungeladen

$$\frac{F+Li}{F-Li} = \frac{9+3}{9-3} = 2$$

b) Li einfach positiv geladen

$$\frac{F+Li}{F-Li} = \frac{10+2}{10-2} = 1{,}5 \qquad \text{oder}$$

c) Li zweifach positiv geladen

$$\frac{F+Li}{F-Li} = \frac{11+1}{11-1} = 1{,}2 \qquad \text{oder}$$

usw.

Diese Zahlen sind in der Figur durch Sterne auf der Ordinatenachse hervorgehoben. Man sieht, daß das Experiment innerhalb der Genauigkeitsgrenzen für den Fall b) entscheidet. Somit ist experimentell gezeigt, daß im LiF-Kristall das Li einfach positiv, und das F einfach negativ geladen ist, so wie uns das von der Elektrolyse her geläufig ist.

Es sollte der LiF-Fall hier nur mehr als Beispiel für das experimentelle Vorgehen besprochen werden. Über andere Fälle, insbesondere über die Frage, ob in ähnlichen Kristallen einwertige Atome einfach oder mehrwertige, ihrer Wertigkeit entsprechend, mehrfach geladen sind, werden wir in einer ausführlichen Mitteilung berichten[1]).

§ 3. Größe des Elektronensystems der Atome.

Schon eine oberflächliche Betrachtung der Tabelle III macht auf einen Umstand aufmerksam, der als allgemeines Merkmal allen Interferenzbeobachtungen zukommt. Während H^2 von 4—24 geht, nimmt die $(Li+F)^2$ proportionale Intensität ab von 239 auf 17,2, d. h. sie sinkt auf etwa den 14ten Teil. Nun kennen wir zwar den Temperatureffekt als Ursache für eine in H^2 exponentielle Abnahme der für die Interferenzen verantwortlichen Streuamplitude der Atome. Ein Eingehen auf die Zahlenverhältnisse zeigt aber, daß eine so starke Abnahme, wie sie das Experiment ergibt, auf Grund der thermischen Bewegung nicht zu erwarten ist, auch wenn man berücksichtigt, daß die erforderlichen Daten für LiF nur schätzungsweise bekannt sind.

Eine Entscheidung über die Frage, ob außer der Temperaturbewegung noch ein anderer Grund vorhanden ist, der ebenfalls eine Abnahme der Streuamplitude mit zunehmendem Winkel bedingt, wird man am besten erhalten durch Untersuchung einer Substanz, deren Temperaturbewegung möglichst gering ist. Bei Diamant nun sind wir in dieser Lage und können, da die spezifische Wärme in ihrem Verlaufe genau bekannt ist, außerdem noch quantitativ angeben, welchen Betrag jener Einfluß hat.

Das Diamantpulver, mit dem eine Aufnahme nach unserm Verfahren hergestellt wurde, war uns von Professor Keesom in Utrecht zur Verfügung gestellt. Demselben möchten wir auch hier für seine Hilfe danken. Das Pulver war nicht ganz so fein, als es zur Erlangung einer gut photometrierbaren Aufnahme mit nicht

1) Herr Born, mit dem wir vor einigen Monaten über diese Untersuchungen sprachen, hat inzwischen die Erfahrungen an ultraroten Strahlen verwertet, um die Ladungen im Gitter zu schätzen. Berl. Ak. 1918, S. 604, ähnlich wie das von W. Dehlinger, diese Zeitschr. 15, 276, 1914, versucht wurde.

gepünktelten Linien nötig ist. Wir konnten aber dieser Schwierigkeit einfach dadurch Herr werden, daß wir das aus dem Pulver bestehende Stäbchen während der Aufnahme von Zeit zu Zeit um einen kleinen Winkel drehten und gelegentlich ein wenig hoben und senkten.

Die fertige Aufnahme wurde dann photometriert, so wie das im § 2 beschrieben ist. Die erhaltenen Resultate stellen somit die wirklichen Intensitäten der Linie dar; dieselben sind in Spalte 3 der Tabelle V eingetragen, Spalten 1 und 2 enthalten die Indizes der Linien und deren Quadratsumme H^2.

Tabelle V.

Indizes	H^2	Intensität	Θ	$\mathcal{J}\Theta$	R	$C^2 = \frac{\mathcal{J}}{R\Theta}$
111	3	406	0,780	521	4,38	119
022	8	158	0,860	184	2,04	46
113	11	94	0,982	96	3,20	30
004	16	55	1,20	46	2,00	23
133	19	171	1,20	142	11,26	13

Nun gilt es aus den Intensitäten J den Zerstreuungskoeffizienten des C-Atoms zu bestimmen.

Zunächst haben wir zu diesem Zwecke eine mehr äußerliche Korrektur vorzunehmen. Wegen der Absorption der Strahlung im Stäbchen wird nicht jedes Volumelement desselben von derselben Primärintensität getroffen, außerdem wird die von einem Volumelement ausgehende Streustrahlung auf ihrem Wege innerhalb des Stäbchens zum Teil absorbiert. Im idealen Falle wäre die Absorption verschwindend, die wirklich beobachtete Intensität entsteht aus der idealen durch Multiplikation mit einem Faktor Θ, der noch Funktion der Beobachtungsrichtung ist. Derselbe wird dargestellt durch ein nicht ohne weiteres auswertbares Doppelintegral. Wir haben deshalb Θ als Funktion von ϑ durch graphische Ausführung der vorgeschriebenen Integration bestimmt; ein Verfahren, das zwar ziemlich mühsam ist, aber gut zum Ziele führt. Die Zahlen, welche bis auf einen gemeinsamen (für alles Folgende) unwesentlichen Zahlenfaktor diesen Koeffizienten Θ für diejenigen Richtungen, in denen die Linien auftraten, darstellen, sind in Tabelle V in Spalte 4 enthalten. Spalte 5 gibt daraufhin die auf Absorption im Stäbchen korrigierte ideale Intensität.

Nunmehr haben wir zu überlegen, wie diese ideale Intensität mit der Streuamplitude C des Atoms verknüpft ist.

1. Aus der v. Laueschen Theorie folgt bekanntlich, daß jene Intensität proportional ist dem Quadrate des absoluten Betrages des Strukturfaktors S. Derselbe hat für Diamant unter Zugrundelegung der Braggschen Atomanordnung den Wert:

$$S = C\,\{1 + e^{i\pi(h_1+h_2)} + e^{i\pi(h_2+h_3)} + e^{i\pi(h_3+h_1)}\}\,\{1 + e^{i\frac{\pi}{2}(h_1+h_2+h_3)}\}.$$

2. Die Streustrahlung ist nach bekannten Versuchen polarisiert bei unpolarisierter Primärstrahlung. Das bedingt nach üblicher Rechnung, daß ein zweiter Faktor, der Polarisationsfaktor, in der Intensität auftritt mit dem Werte

$$\frac{1 + \cos^2\vartheta}{2}.$$

3. Bei unserem Verfahren wird nicht jede reflektierende Ebene gleich stark berücksichtigt. Vielmehr kommt bei ungeordneter Anordnung der Teilchen des Pulvers jede Fläche proportional der Anzahl verschiedener Stellungen, in denen sie eine Kristallform begrenzen kann, zur Reflexion. Die Hexaederebene 001 z. B. 6mal, die Oktaederebene 111 dagegen 8mal, usw. Dem durch diese Zahlen 6, 8, usw. definierten Häufigkeitsfaktor Z ist die zu beobachtende Intensität ebenfall proportional.

4. Schließlich tritt noch ein Faktor hinzu, der ganz analog dem von H. A. Lorentz für die v. Laueschen Anordnung berechneten ist.

Ein Parallelstrahlenbündel von genau passend gewählter Wellenlänge und Einfallsrichtung erzeugt in der Richtung, für die die Reflexionsbedingung[1]) streng erfüllt ist, eine Intensität, welche proportional dem Quadrate der bestrahlten Atomzahl ist. In Nachbarrichtungen ist indessen ebenfalls noch Intensität vorhanden, die um so schneller klein wird, je größer die Atomzahl ist. Außerdem aber reflektiert nicht nur der genau passend eingestellte Kristall, sondern auch in Nachbarlagen verdreht, gibt er immer noch merkliche Reflexionsintensität. Was wir beobachten, ist die Summe aller Wirkungen. Die Summation ergibt ein der Atomzahl selbst proportionales Resultat mit einem „Summationsfaktor", der von Lorentz für die Laue-sche Anordnung zu $\frac{1}{H^2}$ bestimmt wurde, der aber in unserem Falle den Wert

$$\frac{1}{H^2}\,\frac{1}{\cos\frac{\vartheta}{2}}$$

hat[2]).

Indem wir noch den von der Wärmebewegung erzeugten Temperaturfaktor unter den

1) $\sin\frac{\vartheta}{2} = \frac{\lambda}{2a}\sqrt{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2}$

2) Die Angabe der Einzelrechnungen wird in einer ausführlichen Mitteilung erfolgen.

Zeichen C im Strukturfaktor aufgenommen denken, kommen wir also zum Resultat, daß die Intensität proportional ist der Größe

$$|S|^2 \frac{1+\cos^2\vartheta}{2} \qquad Z \frac{1}{H^2 \cos\frac{\vartheta}{2}}.$$

Wir bezeichnen dieselbe mit RC^2; Zahlen für den Reduktionsfaktor R sind in Tabelle V in Spalte 6 eingetragen. Dividieren wir schließlich die ideale Intensität J/Θ durch den Reduktionsfaktor R, dann bekommen wir die in Spalte 7 angegebenen Werte von

$$C^2 = \frac{J}{R\Theta},$$

welche also proportional der vom Einzelatom zerstreuten Intensität sind.

Man bemerkt, wie diese Zahlen verhältnismäßig rasch mit zunehmendem Winkel abnehmen.

Läßt man die Überlegungen der Einleitung außer acht, dann kann für diese Abnahme nur die Temperaturbewegung des Atoms verantwortlich gemacht werden. Eine kurze Rechnung zeigt indessen sofort, daß dieser Ausweg nicht gangbar ist. Betrachtet man, wie in der ursprünglichen Einsteinschen Theorie der spezifischen Wärme das Atom als an eine Ruhelage quasi-elastisch gebunden, dann ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine Verschiebung desselben in ein durch die Koordinaten

$$\xi, \eta, \zeta, \quad \xi + d\xi, \quad \eta + d\eta, \quad \zeta + d\zeta$$

charakterisiertes Raumelement stattgefunden hat, dargestellt durch die Formel

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2} r^3} e^{-\frac{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}{2r^2}} d\xi\, \delta\eta\, d\zeta$$

wobei r ein Maß für die mittlere Verschiebung ist. Mit diesem Ansatz bekommt man für die im Strukturfaktor auftretende Größe C den Wert

$$C = C_0 e^{-\frac{4\pi^2 r^2}{a^2} H^2}, \qquad (7)$$

wenn a die Gitterkonstante bedeutet und C_0 eine nur mehr für das Atom selbst charakteristische Größe ist. Ist weiter m die Masse des Atoms und ν seine Schwingungszahl im Einsteinschen Sinne und nimmt man an, daß keine Nullpunktsenergie existiert, dann wird bei $T = 290^0$ absolut

$$4\pi^2 r^2 = \frac{h}{m\nu} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = 7{,}55 \cdot 10^{-20}$$

Bei Anwesenheit einer Nullpunktsenergie wird

$$4\pi^2 r^2 = \frac{h}{m\nu}\left(\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} + \frac{1}{2}\right) = 562 \cdot 10^{-20}.$$

Die erste Annahme ergibt somit

$$\frac{4\pi^2 r^2}{a^2} = 0{,}60 \cdot 10^{-4},$$

die zweite

$$\frac{4\pi^2 r^2}{a^2} = 4{,}5 \cdot 10^{-3},$$

da bei Diamant

$$a = 3{,}54 \cdot 10^{-8}\ \text{cm}$$

ist.

Auch die zweite Annahme genügt also bei weitem nicht, den starken beobachteten Abfall von C^2 zu erklären, denn nach (7) erhielten wir:

$$C^2 = C_0^2 e^{-2\frac{4\pi^2 r^2}{a^2}} = C_0^2 e^{-3{,}0 \cdot 10^{-3} H^2}.$$

Für die letzte Linie der Tabelle V wäre also infolge der Temperaturbewegung $C^2 = 102$ zu erwarten, wenn für die erste Linie $C^2 = 119$ ist; statt dessen ist $C^2 = 13$ beobachtet.

Die Temperaturbewegung spielt also hier eine untergeordnete Rolle. Es muß ein anderer inneratomischer Grund für den beobachteten Abfall vorhanden sein.

Als Grund vermuten wir nun die endliche Größe des zum Atom gehörigen Elektronensystems.

Es ist von vornherein klar, daß, wo die Streuung nur von den Elektronen erzeugt wird, die endliche Ausdehnung des Elektronensystems in ähnlicher Weise wirken wird, wie die Temperaturbewegung der Atome.

Auch die in der Einleitung erwähnten Überlegungen haben ja schon das Resultat ergeben, daß bei Wellenlängen von vergleichbarer Größenordnung mit den Elektronenabständen ein Abfall der Streuintensität mit zunehmendem Winkel eintreten muß.

Die Rechnung verläuft hier, wo es sich um die scharfen Interferenzlinien des Laueeffekts handelt, anders, als in der in der Einleitung zitierten Arbeit. Auch hängt das Resultat natürlich, aber immerhin für eine erste Orientierung nur unwesentlich von den besonderen Voraussetzungen ab, welche man über gegenseitige Lage und Bewegung der Elektronen im Atom machen kann. Es schien uns angebracht, als eine sehr einfache, den Kernpunkt treffende Annahme die zu machen, daß die zum Atom gehörigen Elektronen in beliebiger dauernd veränderlicher Weise im Innern einer Kugel vom Radius ϱ enthalten sind, so daß jedes Volumelement dieser Kugel gleich oft von jedem Elektron durchmessen wird.

Macht man diese Annahme, dann ergibt die Rechnung

$$C \sim 3 \frac{\sin\frac{2\pi\varrho}{a}H - \frac{2\pi\varrho}{a}H\cos\frac{2\pi\varrho}{a}H}{\left(\frac{2\pi\varrho}{a}H\right)^3}, \quad (8)$$

eine Funktion, welche, wie sofort ersichtlich, in ihrem anfänglichen Verlauf durch eine Exponentialkurve approximiert werden kann, wie sie bei Berücksichtigung der Wärmebewegung auftritt.

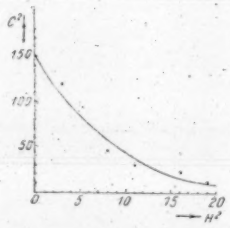

Fig. 3.

Wie Fig. 3 zeigt, kann man durch die beobachteten Werte von C^2 hindurch eine Kurve von dem durch (8) bestimmten Typus legen. Die in der Figur gezeichnete Kurve hat die Formel:

$$C^2 = 151{,}3\left[3\frac{\sin 0{,}761H - 0{,}761H\cos 0{,}761H}{(0{,}761H)^3}\right]^2$$

sie stellt die Beobachtungen innerhalb der zu erwartenden Genauigkeitsgrenzen dar, wie die eingetragenen beobachteten Punkte zeigen.

Aus der numerischen Darstellung folgt nun:

$$\frac{2\pi\varrho}{a} = 0{,}761,$$

d. h.

$$\frac{\varrho}{a} = 0{,}12 \text{ und } \varrho = 0{,}43 \cdot 10^{-8}\,\text{cm}.$$

Diese Werte sind durchaus im Bereiche des möglichen. Der von den Elektronen eingenommene Raum, zu dem wir hier kommen, hat einen Radius, der nur 12 Proz. von der Gitterkonstante oder etwa $^1/_4$ des Abstandes der Atommittelpunkte ist. Ein nach Bohr gequantelter Ring von 4 Elektronen, kreisend um einen vierfach geladenen Kern, würde einen Radius von $0{,}17 \cdot 10^{-8}$ cm haben.

Somit hätten wir eine Methode, um die wirkliche Größe des zum Atom gehörigen aus Elektronen bestehenden Planetensystems zu bestimmen. Nicht unerwähnt wollen wir lassen, daß alle Überlegungen mit Hilfe der klassischen Grundlagen gemacht wurden.

Es ist uns noch keine Erfahrung bekannt, welche in dem benutzten Wellenlängengebiet Zweifel an die Richtigkeit der auf jener Grundlage gezogenen Schlüsse hervorrufen könnte. Für wesentlich kleinere Wellenlängen allerdings, im Gebiete der γ-Strahlen, scheinen Absorptionsbeobachtungen auf neue Gesichtspunkte hinzuweisen.

Göttingen, Physikal. Institut, 8. Juli 1918.

(Eingegangen 11. Juli 1918.)

Über den Einfluß ultraroter Eigenfrequenzen auf den Brechungsexponenten im sichtbaren Spektralgebiet.

Von J. Wimmer.

Die Elektronentheorie der Dispersion liefert für durchsichtige Medien die Formel:

$$n^2 = 1 + \Sigma_h \frac{\mathfrak{N}_h \vartheta_h}{1 - \frac{\lambda_h^2}{\lambda^2}},$$

wo λ_h die Wellenlänge der Eigenschwingung, $\mathfrak{N}_h$ die Zahl der Elektronen bzw. der positiv geladenen Atome oder Atomgruppen der h^{ten} Gattung pro cm^3 ist und ϑ_h die sogenannte Beweglichkeit eines Elektrons bezeichnet. Durch Reihenentwicklung des Nenners folgt bekanntlich die Ketteler-Helmholtzsche Dispersionsformel

$$n^2 = 1 + \Sigma \mathfrak{N}_e \vartheta_e + \sum \frac{\mathfrak{N}_v \vartheta_v}{\lambda^2 - \lambda_v^2} \cdot \lambda^2 = k^2 \lambda^2.$$

Hierin berücksichtigt k den Einfluß der ultraroten Eigenfrequenzen, falls die Beobachtung nicht in unmittelbarer Nähe derselben angestellt wird, und $\mathfrak{N}_e \vartheta_e$ die Einwirkung derjenigen Elektronen, deren Eigenwellenlängen so klein sind, daß für den beobachteten Spektralbereich $\Sigma \mathfrak{N}_e \vartheta_e$ als konstant angenommen werden kann. Zur Vorausberechnung dieser Konstanten mittels bestimmter physikalisch-chemischer Konstanten der dispergierenden Substanz gewinnt Drude unter Annahme beliebig vieler ultraroter Eigenschwingungen die Beziehung:

$$\text{(A)} \quad k = \frac{0{,}296 \cdot 10^8}{\left(\frac{M}{d}\right)} \cdot \sum \frac{v_r^2 \cdot p_r^2}{M_r},$$

bzw. für $r = 1$:

$$\text{(B)} \quad k = 0{,}296 \cdot 10^8 \cdot \frac{d}{\left(\frac{M}{v}\right)^2}.$$

In Weiterführung der Born- und v. Kármánschen Theorie der Dispersion eines nach

Madelung aufgebauten Kristalls hat Dehlinger[1]) die Dispersion eines zweiatomigen Kristalls auf Grund gegenseitiger Bindung der Atome behandelt und gefunden, daß der Brechungsexponent eines solchen Körpers dargestellt wird durch eine Formel, welche identisch ist mit derjenigen, die Ketteler bzw. Lorentz abgeleitet haben unter Annahme einfach schwingender, voneinander unabhängiger Ladungen. Die von Dehlinger erhaltene Dispersionsformel soll nun zur theoretischen Feststellung des Einflusses der ultraroten Eigenfrequenzen auf den Brechungsexponenten im sichtbaren Spektralgebiet dienen und mittels der bisher in dieser Hinsicht experimentell behandelten Substanzen, deren Molekül aus zwei Atomen oder Atomgruppen besteht, geprüft werden. Ferner soll in formaler Analogie eine k-Formel aufgestellt und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit erprobt werden an denjenigen organischen Flüssigkeiten, für die eine experimentelle Bestimmung des k-Wertes vorliegt. Es zeigt sich, daß im letzteren Falle schon durch die Näherungsformel eine recht befriedigende Übereinstimmung von Beobachtung und Rechnung da erzielt wird, wo die Drudesche Formel den tatsächlichen Einfluß ganz unrichtig darstellt.

§ 1. Aufstellung der k-Formel.

Dehlinger hat in seiner Arbeit für zweiatomige Kristalle die Dispersionsgleichung für das ultrarote Gebiet festgestellt. In Lorentzscher Form lautet dieselbe:

$$\frac{n^2-1}{n^2-2}=\frac{A}{\nu_1^2-\nu}+S,$$

worin n den optischen Brechungsindex und S den Einfluß der von den Elektronen herrührenden Glieder hoher Frequenz, somit eine für das ultrarote Gebiet konstante Größe bezeichnet. A ist das auf die ultraroten Schwingungen bezügliche Glied und berechnet sich nach der Theorie zu:

$$\frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{Ne^2}{3M},$$

wo M zu ersetzen ist durch

$$\frac{M_1\cdot M_2}{M_1+M_2},$$

M_1 und M_2 die Massen der Atome bzw. Atomgruppen bezeichnen.

Um aber den notwendigen Anschluß an die Drudesche Theorie zu erhalten, muß das letzterer fremde Lorentzsche Zusatzglied fortgelassen werden. Man erhält dann nach Dehlinger:

$$\frac{n^2-1}{3}=\frac{A'}{\nu_1'^2-\nu^2}+S'$$

oder

$$n^2=1+\frac{3A'}{\nu_1'^2-\nu^2}+3S'.$$

Nach Einführung der Wellenlänge an Stelle der Schwingungszahl wird der auf das ultrarote Gebiet bezügliche Term:

$$\frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{Ne^2}{c^2\cdot M}.$$

Identifiziert man diesen mit der dasselbe Spektralgebiet berücksichtigenden Drudeschen Konstanten k, so gewinnt man die Beziehung:

$$k=\frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{Ne^2}{c^2\cdot M} \qquad (C)$$

oder nach Einführung des elektrochemischen Äquivalents

$$E=9654\cdot 10^{10}\,g^{1/2}\cdot c^{1/2}\cdot \mathrm{sec}^{-1},$$

der Atomgewichte G_1 und G_2, der Dichte ϱ sowie der Anzahl z der positiven Ladungen:

$$k=0{,}297\cdot 10^8\cdot\frac{\varrho\cdot z^2}{G_1+G_2}\cdot\left\{\frac{1}{G_1}+\frac{1}{G_2}\right\} \qquad (D).$$

Man erkennt hierin Formel (A) für $r=2$; $v_1=v_2=z$; $p_r=1$. Inwieweit nun die Beziehung (D) k-Werte ergibt, welche mit den beobachteten in befriedigender Übereinstimmung stehen, zeigt folgende Tabelle.

Tabelle I.

Substanz	G_1	G_2	ϱ	z	$k_{beob.}$	$k_{ber.}$ nach Drude	$k_{ber.}$ nach (D)
KCl	39,15	35,45	1,98	1	$0{,}53\cdot 10^5$	$0{,}42\cdot 10^5$	$0{,}423\cdot 10^5$
$NaCl$	23,05	35,45	2,15	1	$0{,}90\cdot 10^5$	$0{,}74\cdot 10^5$	$0{,}781\cdot 10^5$
CaF_2	40,1	38,0	3,18	2	$3{,}22\cdot 10^5$	$2{,}58\cdot 10^5$	$2{,}48\cdot 10^5$
SiO_2	28,4	32,0	2,65	4	$11{,}06\cdot 10^5$	$13{,}75\cdot 10^5$	$13{,}84\cdot 10^5$
H_2O	16	2	1	2	$13{,}83\cdot 10^5$	$14{,}6\cdot 10^5$	$37{,}8\cdot 10^5$
CS_2	12	64,12	1,26	4	$5{,}51\cdot 10^5$	$4{,}14\cdot 10^5$	$7{,}8\cdot 10^5$

§ 2. Erweiterung der k-Relation.

Wie aus vorstehender Wertetabelle hervorgeht, stimmen die nach (D) berechneten k-Werte mit den beobachteten, durch über ein möglichst großes Spektralgebiet ausgedehnte Messungen ermittelten Werten gut überein, besonders für die zweiatomigen Kristalle $NaCl$ und KC. Diese Übereinstimmung führt aber zu dem Schlusse, daß die ultraroten Eigenfrequenzen den Atomen bzw. Atomgruppen eines Moleküls zuzuschreiben sind, somit zu einer bekannten Tatsache. Nun haben Erfle[1]) und Seegert[2]) durch ihre Dispersionsmessungen

1) Diese Zeitschr. 15, 276, 1914.

1) H. Erfle, Dissertation. München 1907.
2) Br. Seegert, Dissertation. Berlin 1908.

Tabelle II.

Substanz	G_1	G_2	G_3	ϱ	z	$k_{beob.}$	$k_{ber.}$ nach Drude	$k_{ber.}$ nach (E)
CH_3OH	3	12	17	0,7953	4	$6{,}89 \cdot 10^5$	$22{,}8 \cdot 10^5$	$6{,}17 \cdot 10^5$
C_2H_5OH	5	24	17	0,80	6	$4{,}50 \cdot 10^5$	$28{,}3 \cdot 10^5$	$4{,}19 \cdot 10^5$
C_3H_7OH	7	36	17	0,8044	8	$4{,}24 \cdot 10^5$	$32{,}8 \cdot 10^5$	$3{,}56 \cdot 10^5$
$C_5H_5NO_3$	5	24	62,04	1,112	8	$3{,}37 \cdot 10^5$	$14{,}0 \cdot 10^5$	$2{,}87 \cdot 10^5$
C_3H_6O	6	36	16	0,792	6	$2{,}5 \cdot 10^5$	$28{,}7 \cdot 10^5$	$2{,}45 \cdot 10^5$
CH_3J	3	12	126,97	2,28	4	$2{,}0 \cdot 10^5$	$2{,}15 \cdot 10^5$	$2{,}37 \cdot 10^5$
C_6H_6	26	26	26	0,8834	6	$0{,}5 \cdot 10^5$	$38{,}52 \cdot 10^5$	$0{,}537 \cdot 10^5$
$C_{10}H_7Br$	24	183	—	1,489	8	$6{,}91 \cdot 10^5$	$23{,}66 \cdot 10^5$	$6{,}44 \cdot 10^5$

an organischen Flüssigkeiten zwecks Nachprüfung der Drudeschen Theorie gezeigt, daß die Drudesche k-Formel (B) für die untersuchten Substanzen viel zu große Werte liefert und damit eine diesbezügliche Vermutung Drudes bestätigt. Da bis jetzt, soweit dem Verfasser die einschlägige Literatur bekannt, die hierdurch entstandenen Schwierigkeiten in der theoretischen Bestimmung noch nicht behoben sind, so soll im folgenden unter Anwendung des gewonnenen Gesichtspunkts ein Ausgleich der Diskrepanz zwischen Theorie und Beobachtung versucht werden.

Analog zur Formel (D) wollen wir für solche Substanzen, bei denen drei schwingende Atomgruppen als Träger der ultraroten Eigenfrequenzen anzusehen sind, der erweiterten k-Relation die Form geben:

$$k = 0{,}297 \cdot 10^8 \cdot \frac{\varrho \cdot z^2}{G_1 + G_2 + G_3} \cdot \left(\frac{1}{G_1 \cdot G_2} + \frac{1}{G_2 \cdot G_3} + \frac{1}{G_1 \cdot G_3} \right). \qquad (E)$$

Dieser Ansatz soll naturgemäß vorerst als Näherung aufgefaßt werden. Die Ermittelung der G_i sowie der Anzahl z der positiven Ladungen soll sich gründen auf die chemische Konstitution. Prüft man diese Formel an den von Seegert und Erfle untersuchten organischen Flüssigkeiten, so gewinnt man das aus obenstehender Tabelle II ersichtliche Ergebnis.

§3. Diskussion der Ergebnisse.

Für die bisher untersuchten festen kristallinischen Körper ergibt sowohl Formel (B) wie auch Formel (D) befriedigende Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Werten. Es ist dies insofern bemerkenswert als Formel (B) den Wert von k darstellt als Schwingungseffekt der positiven Ladung mit der gesamten Molekülmasse, während k nach Formel (D) betrachtet wird als Einfluß der Schwingungen zweier Atome oder Atomgruppen. Eine Übereinstimmung der beiden k-Werte ist nur dann zu erwarten, wenn

$$\frac{v}{z} = \frac{\sqrt{G_1 + G_2}}{\sqrt{G_1 \cdot G_2}}$$

ist. Schwingt die positive Ladung mit der ganzen Molekülmasse, so wird $v = z$. Letzteres ist nach Ausweis der Tabelle II der Fall für Wasser und Schwefelkohlenstoff, deren k-Werte nur durch Formel (B) befriedigend wiedergegeben werden. Dies berechtigt aber zur Folgerung, daß die ultraroten Eigenschwingungen des Wassers und Schwefelkohlenstoffes zunächst zurückzuführen sind auf Schwingungen der ganzen Molekülmasse. Hingegen sind die ultraroten Eigenfrequenzen der in Tabelle II aufgeführten organischen Flüssigkeiten lediglich den Schwingungen einzelner Atomgruppen zuzuschreiben. Während nämlich die nach Drude berechneten Werte auch nicht annähernd zu den beobachteten Werten passen — CH_3J ausgenommen — zeigen die aus der Näherungsformel (D) folgenden Werte eine auffallende Übereinstimmung mit der Beobachtung. Somit scheinen die beiden k-Relationen in Verbindung mit der Beobachtung über die Art der Schwingungsgebilde, welche die ultraroten Eigenfrequenzen hervorrufen, entscheiden zu können.

§4. Harmonisch gelagerte Eigenfrequenzen.

Die bisherigen Untersuchungen der ultraroten Absorptionsspektren organischer Flüssigkeiten haben in unzweideutiger Weise die Abhängigkeit der Lage der Absorptionsgebiete von der Struktur des Moleküls dargetan, also den ursächlichen Zusammenhang einzelner charakteristischer Absorptionslinien mit bestimmten Atomgruppen. Es zeigte sich nämlich, daß alle Verbindungen, die das C-Atom in direkter Verbindung mit H enthalten, Absorptionsgebiete aufweisen, deren Schwerpunkte bei den Wellenlängen 1,71 μ und 3.40 μ liegen. Diese „harmonisch" genannte Lage der Eigenfrequenzen wurde von Julius, Puccianti und Ransohoff gefunden und von W. Cob-

lentz bestätigt. Die erwähnten harmonischen Eigenschwingungen treten auf bei den einwertigen Alkoholen. Es ist nun die Frage, welchen Atomgruppen des Moleküls dieselben zuzuschreiben sind. Legt man die drei aus Tabelle II ersichtlichen Atomgruppen zugrunde, so läßt sich unschwer die Frage lösen. Eingehende Bestimmungen des ultraroten Absorptionsspektrums der einwertigen Alkohole haben nämlich gezeigt, daß der OH-Gruppe die Absorptionsbanden bei 2,95 μ und 6,9 μ zuzuschreiben sind. Sonach ist zu vermuten, daß die beiden Atomgruppen C_n und H_{2n+1} Träger der harmonisch gelagerten Eigenfrequenzen sind. In der Tat scheint sich dies zu bestätigen, wie aus folgender Zusammenstellung hervorgeht:

Tabelle III.

Substanz	$\lambda_1 : \lambda_2$	$\sqrt{G_1} : \sqrt{G_2}$
CH_3OH	1 : 2	1,71 : 3,46 ≈ 1 : 2
C_2H_5OH	1 : 2	2,24 : 4,89 ≈ 1 : 2,18
C_3H_7OH	1 : 2	2,65 : 6 ≈ 1 : 2,27

Das Verhältnis der Wellenlängen ist also dasselbe wie das der Quadratwurzeln aus den Massen der schwingenden Atomgruppen, somit

$$\lambda_1 : \lambda_2 = \sqrt{G_1} : \sqrt{G_2}.$$

Diese Gesetzmäßigkeit steht aber in Analogie zu dem von Dehlinger[1]) für zweiatomige Kristalle gefundenen Quadratwurzelgesetz sowie zur Haberschen[2]) Beziehung zwischen ultraroter und ultravioletter Eigenfrequenz.

Hierzu sei noch bemerkt, daß die harmonische Lagerung der Absorptionsgebiete von H_2O und C_6H_6 sich obigem Gesetze nicht fügt, wenn die zur Berechnung von k maßgebende Einteilung in Atomgruppen zugrunde gelegt wird. Es wäre somit noch die Frage zu entscheiden, ob für H_2O die harmonischen Eigenfrequenzen der Superposition der Schwingungen der ganzen Molekülmasse mit intramolekularen Schwingungen oder mit Rotationsfrequenzen der Molekülbestandteile zuzuschreiben sind, ob ferner für C_6H_6 jene als Resonanzerscheinung von Teilschwingungen innerhalb der einzelnen Atomgruppen zu betrachten sind.

Zum Schlusse seien die Hauptpunkte vorstehender Ausführungen nochmals zusammengefaßt:

1. Die aus der Drudeschen Theorie einerseits, aus der Dehlingerschen Dispersionsarbeit andrerseits folgende Beziehung zur Berechnung des Einflusses der ultraroten Eigenfrequenzen auf den Brechungsexponenten im sichtbaren Gebiet gibt Aufschluß über die Art der Schwingungsgebilde, die als Träger der Eigenfrequenzen anzusehen sind.

2. Entsprechend der k-Relation für feste Körper mit zwei Atomen bzw. Atomgruppen im Molekül läßt sich durch Analogieschluß für flüssige Substanzen mit 3 Atomgruppen als Träger der ultraroten Eigenfrequenzen eine den k-Wert in befriedigender Übereinstimmung mit der Beobachtung darstellende Formel finden. Es ist zu erwarten, daß hierfür auch eine theoretische Begründung erbracht werden kann.

3. In Beschränkung auf die in Tabelle II enthaltenen einwertigen Alkohole wird gezeigt, daß in deren ultraroten Absorptionsspektren die Wellenlängen der auftretenden harmonisch gelagerten Absorptionsgebiete sich verhalten wie die Quadratwurzeln aus den Massen der schwingenden Atomgruppen.

Vielleicht bieten diese Ausführungen Anlaß zu diesbezüglichen experimentellen und theoretischen Untersuchungen.

(Eingegangen 16. Juli 1918.)

1) Dissertation, München 1914.
2) Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 1117, 1911.

BESPRECHUNGEN.

E. Lecher, Lehrbuch der Physik, für Mediziner, Biologen und Psychologen. gr. 8. VIII u. 449 S. m. 515 Fig. II. verb. Aufl. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1917. M. 8.80, geb. M. 11.50.

Von einem Universitätslehrer auf Grund langjähriger Unterrichtserfahrung für die speziellen Bedürfnisse derjenigen seiner Hörer geschrieben, welche die Physik nur als wissenschaftliches Hilfsmittel verwenden wollen, erscheint Lechers Lehrbuch nach fünf Jahren (vgl. diese Zeitschr. 15, 421, 1914) in zweiter Auflage und beweist wohl schon dadurch, daß es die ihm gestellte Aufgabe erfüllt hat. Der Referent möchte aber doch auch darauf hinweisen, daß die Fülle des Stoffes, die der Verf. auf knappstem Raume verarbeitet hat, und namentlich die zahlreichen Hinweise auf die physiologischen oder praktisch medizinischen Anwendungen das Buch auch für den der Physik näher stehenden Fachmann, z. B. den Lehrer an höheren Schulen, wertvoll machen; — das Buch ist trotz seines Untertitels ein Lehrbuch der gesamten Physik, aber unter besonderer Berücksichtigung der speziellen Bedürfnisse der genannten Spezialisten.

Wenn die gebotene Kürze der Darstellungsweise

hie und da an Stelle von Beweisen mehr ein Plausibelmachen theoretischer Folgerungen treten läßt, so mag dies als durchaus berechtigt erscheinen. Einige wohl als Folge davon untergelaufene Ungenauigkeiten des Ausdrucks bedürften allerdings in einer Neuauflage einer Verbesserung. Hoffentlich ist dann der Verlag auch wieder in der Lage, zu seiner altbewährten „friedensmäßigen" Güte der äußeren Ausstattung zurückzukehren.

W. Kaufmann.

Zu der Besprechung: H. Usener, der Kreisel als Richtungsweiser usw. in Nr. 15 dieser Zeitschr. S. 343.

Herr Dr. Usener war so freundlich, mich zur persönlichen Aussprache über die in der Überschrift genannte Besprechung aufzusuchen. Es ergab sich dabei, daß ich folgende Punkte derselben berichtigen kann:

1. Die Konstruktionen von A. E. Sperry, von denen ich gesagt hatte, daß sie „auffallend hervorgehoben werden", sind in dem Usenerschen Buche S. 68 bezüglich ihrer Dämpfungsvorrichtung kurz besprochen und dann nur gelegentlich erwähnt. Andere Stellen, die ich hierauf bezogen hatte, haben, wie ich jetzt erfahre, nichts mit dem Sperry-Kompaß zu tun. Ich kann also feststellen, daß diese Konstruktionen nicht mehr hervorgehoben werden, als in einer historischen Darstellung billig ist.

2. Herr Einstein, den ich bei den von mir herangezogenen Vergleichsversuchen der Marine zwischen Anschütz- und Sperry-Apparaten (übrigens ganz beiläufig) genannt hatte, hat nicht bei diesen, sondern bei einer vorangehenden Patentklage der Firma Anschütz gegen die Sperry-Compagny als gerichtlicher Sachverständiger mitgewirkt.

3. Ich habe Anschütz-Kaempfe den „bahnbrechenden Verwirklicher der vor ihm nebelhaften Kreiselkompaß-Idee" genannt. Herr Usener wendet dagegen ein, daß nicht die Idee des Kreiselkompasses vor Anschütz nebelhaft gewesen sei, und daß z. B. Herr O. Martienssen im 7. Jahrgange dieser Zeitschr. die Grundzüge der Theorie des Meridiankreisels mathematisch richtig entwickelt habe. Dies entspricht durchaus meiner Meinung, wie sie auch in der „Theorie des Kreisels", Heft IV § 7, zum Ausdruck gekommen ist. Andererseits stimmt Herr Usener dem von mir angeführten allgemeinen Urteil bei, daß Anschütz-Kaempfe der bahnbrechende Verwirklicher der Kreiselkompaß-Idee sei, während z. B. Herr Martienssen am Schlusse der genannten Arbeit zu dem Ergebnis kommt, daß „auf einem Fahrzeug ein derartiger Kompaß unverwendbar sei". Der entscheidende Schritt zur Verwirklichung der Kreiselkompaß-Idee bestand neben der sonstigen präzisionsmechanischen Durchbildung des Apparates darin, daß Anschütz die unvermeidlichen Schwingungen des Kreisels um den Meridian, die von den Schiffsbewegungen angeregt werden, durch Erfindung einer wirksamen Dämpfungsvorrichtung und durch Wahl einer hohen Schwingungsdauer auf ein zulässiges Maß herabzudrücken verstand.

A. Sommerfeld.

Zu den vorstehenden Ausführungen von Herrn Professor Sommerfeld möchte ich noch folgendes ergänzend hinzufügen.

Unter dem „Van den Boos-Kreisel" ist in dem besprochenen Buch ein Kreiselkompaß verstanden, welcher ganz oder nahezu ungedämpft um die Meridianebene schwingt, ein Kreiselkompaß also, der, wie am Schluß des § 15 angedeutet und in § 21 näher ausgeführt wird, noch nicht für praktische Zwecke brauchbar ist. Da das Buch nach historischen Grundsätzen aufgebaut ist, ergibt sich von selbst, daß im Kap. IV lediglich von Van den Boos als dem Vorläufer von Anschütz, nicht aber von letzterem die Rede ist. Abgesehen von Kap. V, das dem Anschützschen Azimutkreisel gewidmet ist, erscheinen daher die Anschützschen Konstruktionen ausführlicher erst im Kap. V (Dämpfung) und VI (Schlingerfehler). Daß der „Van den Boos-Kreisel" (dem ich diesen Namen aus rein historischen Gründen gegeben habe, wie in meinem Buch des näheren begründet ist), erst durch die Firma Anschütz & Co. ein praktisch brauchbarer Apparat wurde, kann wohl billig von niemand bestritten werden. Ich erblicke in Übereinstimmung mit Herrn Sommerfeld das erfinderische Verdienst von Anschütz im wesentlichen darin, daß seine Firma als erste einen Kreiselkompaß von genügend langer Schwingungsdauer (entsprechend den Ausführungen von Herrn Martienssen über den „Van den Boos-Kreisel" im Jahrgang 1906 dieser Zeitschrift) baute und demselben eine gute und sinnreich erdachte Dämpfung (§ 29 meines Buches) hinzufügte.

Nachdem ich mein Buch, auf Grund der Rücksprache mit Herrn Sommerfeld, nochmals auf diesen Punkt hin durchgesehen habe, will ich gern einräumen, daß ich den letzterwähnten Standpunkt, vor allem mit Rücksicht auf solche Leser, welche wenig oder gar nicht mit der praktischen Seite der Angelegenheit vertraut sind, etwas schärfer hätte hervortreten lassen können. Daß mir aber jede tendenziöse Absicht, die Verdienste irgendeines der um die Entwicklung des Kreiselkompasses verdienten Männer herabzumindern, fern lag, ja daß ein solcher Versuch geradezu dem Plan meines Buches widersprochen haben würde, bedarf wohl keiner weiteren Worte.

Die von Herrn Sommerfeld in seinem Referat erwähnten Vergleichsversuche zwischen den Kreiseln von Anschütz und Sperry beziehen sich weniger auf die von mir auf S. 68 beschriebene Dämpfung, sondern in der Hauptsache auf das Verhalten auf schlingerndem Schiff. Diese Versuche, bei denen manche Zufälligkeiten mitgespielt haben mögen, können wohl kaum als Grundlage für ein abschließendes Urteil über die Güte der Sperryschen Konstruktion angesehen werden. Sicherlich können sie mir keine Veranlassung geben, das günstige Urteil über die Sperrysche Dämpfung an der erwähnten Stelle meines Buches abzuändern.

H. Usener.

E. Hinselmann, Unveränderlichkeit oder Veränderlichkeit der Lage der Erdachse? Zur Richtigstellung und Rechtfertigung der Lehre des Kopernikus von der dritten Bewegung der Erde (Deklinationsbewegung). 8. 62 S. mit 12 Abbildungen und 2 Tafeln. Hannover, M. & H. Schaper. 1917. Geh. M. 4.15.

In seinem grundlegenden Werke De revolutionibus orbium coelestium libri VI (Norimbergae 1543) schreibt Kopernikus (Lib. I. Kap. XI) der Erde eine dreifache Bewegung zu: 1. Die tägliche Rotation um ihre Achse, 2. die jährliche Bewegung um die Sonne, die sich Kopernikus jedoch zunächst so denkt, daß dabei der Winkel zwischen der Erdachse und der Verbindungslinie Erde—Sonne unverändert bleibt, daß

also die Erdachse im Laufe eines Jahres einen Kegelmantel beschreiben würde. Da bei dieser Art der Bewegung kein Wechsel der Jahreszeiten eintreten, vielmehr die Deklination der Sonne unveränderlich sein würde, hebt Kopernikus jene, wie er glaubte naturgemäße, konische Bewegung der Erdachse dadurch wieder auf, daß er der Erde 3. eine Bewegung zuschreibt, die er die Deklinationsbewegung nennt und die jener konischen Achsenbewegung entgegengesetzt und nahezu gleich ist — nur nahezu, weil tatsächlich ein unter dem Namen der Präzession bekannter sehr geringer Betrag der konischen Achsenbewegung vorhanden ist.

An dieser dritten Bewegung hat der Verf. Anstoß genommen und er sucht im ersten, früher entstandenen Teile seiner Arbeit nachzuweisen, daß sich Kopernikus in einem Irrtum befunden habe, während er glaubt im letzten Teile die Kopernikanische Lehre als richtig erwiesen und wieder zu Ehren gebracht zu haben. Wenn man in einem die Bewegung der Erde um die Sonne veranschaulichenden Tellurium die Rotationsachse der Erde dem um die Sonne drehbaren Tragarme fest unter einem Winkel von 67° gegen jenen Tragarm einfügen würde, so erhielte die Erde die von Kopernikus als zweite aufgestellte Bewegungsart. Ganz entsprechend dessen dritter Bewegung pflegt man nun, um die Erdachse, wie es der Wirklichkeit entspricht, im Raume sich selbst parallel zu erhalten, die konische Bewegung der Erdachse dadurch aufzuheben, daß man sie nicht fest mit dem Tragarme verbindet, sondern ihr auf mechanischem Wege — etwa durch zwei gleich große Riemenscheiben, deren eine mit dem die Sonne tragenden Stativ fest verbunden ist während die zweite die Erdachse trägt, — eine gleich rasche entgegengesetzte Drehung erteilt. Man kann dem Verf. wohl zustimmen, wenn er meint, daß durch einen solchen Mechanismus der wahre Vorgang der Erdbewegung nicht richtig dargestellt würde. Noch viel weniger ist das jedoch bei dem vom Verf. konstruierten und durch Patent geschützten Apparate der Fall, vor dessen Benutzung geradezu gewarnt werden muß. Die Erde verdankt die sich selbst stets — abgesehen von der Präzession — parallele Achsenlage nur ihrer Rotation, und wenn man diese Tatsache am Tellurium veranschaulichen will, so kann es nur dadurch geschehen, daß man der Erdachse durch Cardanische Aufhängung vollständige Bewegungsfreiheit gibt. Läßt man die Erdkugel dann, während sie sich um die Sonne bewegt, rasch rotieren, so wird ihre Achse auch ohne alle Korrektionsmechanismen die richtige parallele Lage beibehalten.

Das Schriftchen bietet weniger Interesse für den Physiker als für den Pädagogen, den es auf gewisse Irrtümer und Schwierigkeiten des Verständnisses von Erscheinungen hinweist, die den meisten später ganz selbstverständlich erscheinen.

J. Hartmann.

A. Kowalewski, Newton, Cotes, Gauß, Jacobi. Vier grundlegende Abhandlungen über Interpolation und genäherte Quadratur (1711, 1722, 1814, 1826). Übersetzt bzw. herausgegeben und mit einem erläuternden Anhang versehen. 8. VII u. 104 S. mit 6 Textfiguren. Leipzig, Veit & Co. 1917. Geh. M. 4.80.

Es ist von besonderem Interesse und didaktischem Wert, die grundlegenden Arbeiten, deren Resultate längst in die allgemeinen Lehrbücher und Formelsammlungen übergegangen sind, im Original zu lesen. Die hier von dem Königsberger Psychologen Arnold Kowalewski zusammengefaßten vier Abhandlungen geben einen klaren Einblick in die Begründung der auch vom Physiker häufig angewandten Regeln für die Interpolation und numerische Integration. Die ursprünglich größtenteils lateinisch geschriebenen Arbeiten sind ins Deutsche übersetzt und mit erläuternden Anmerkungen versehen, durch die auch dem Fernerstehenden das Verständnis sehr erleichtert wird. Von besonderem Werte für den Physiker wird häufig die Gaußsche Untersuchung sein, aus der unter anderem hervorgeht, wie man die Abszissen, z. B. bei einer zeitlich veränderlichen Erscheinung die Beobachtungszeiten, zu wählen hat, um mit dem geringsten Arbeitsaufwand den Verlauf der veränderlichen Größe möglichst genau zu erfassen. Das Studium dieses kleinen Heftes kann bestens empfohlen werden.

J. Hartmann.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a. o. Professor an der Universität Innsbruck Dr. Karl Hopfgartner zum ord. Professor der Chemie an derselben Hochschule, der Privatdozent für physikalische Chemie und Elektrochemie an der Universität Lemberg Dr. Roman Negeuß zum a. o. Professor für Experimentalphysik an der gleichen Universität, der Abteilungsleiter am Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie in Berlin-Dahlem und Privatdozent an der Technischen Hochschule daselbst Dr. Gerhard Just zum Geheimen Kriegsrat und Vortragenden Rat im Preußischen Kriegsministerium.

Verliehen: Dem ord. Professor für Geometrie an der Technischen Hochschule Breslau Dr. Gerhard Hessenberg und dem Vertreter der Physik an der Akademie Posen Dr. Paul Spies der Titel Geh. Regierungsrat.

In den Ruhestand: Der ord. Honorarprofessor der mathematischen Physik an der Universität Marburg Geh. Regierungsrat Dr. Wilhelm Feußner und der Direktor der Elektrochemischen Abteilung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Geh. Regierungsrat Professor Dr. Ernst Hagen.

Gestorben: Der frühere ord. Professor der technischen Mechanik an der Technischen Hochschule Dresden Wirklicher Geheimer Rat Dr. Christian Otto Mohr, der Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Zürich Dr. Johannes Keller, der badische Landesmeteorologe, Dozent für Meteorologie und Hydrographie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Christoph Schultheiß, der Dozent für experimentelle Chemie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Oscar Scheen, der a. o. Professor für chemische Technologie des Erdöls und Erdwachses an der Technischen Hochschule Lemberg Regierungsrat Dr. Roman Zaloziecki.

Gesuche.

Absolvierter Physiker

(Dr. phil. Universitätsassistent), praktisch begabt, guter Zeichner, sucht nach Kriegsende Anstellung in größerem techn. Betrieb. Anträge mit Bedingungen unter **G. H.** an den Verlag S. Hirzel, Leipzig, Königstr. 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Geh. Regierungsrat Prof. Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Physiker oder Dipl.-Ingenieur

gesucht für Arbeiten auf dem Gebiet der

Gasentladungen.

Bewerbungen erbeten an

Siemens & Halske A.-G. Wernerwerk, Abt. M.

Siemensstadt bei Berlin.

PHYWE

Physikalische Werkstätten, G.m.b.H.
Göttingen 1

Physikalische Unterrichtsmittel

Neu! *Hochspannungsbatterie als Ersatz für Zambonisäulen*

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 1600000.

50471. Experimentier-Schalttafel Type A_1, 110 Volt, 30 Amp.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren

Ölluftpumpen

Experimentier-Schalttafeln

Projektions-Apparate

Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.

Prismen, Linsen, Platten
aus
Kalkspat, Flußspat, Quarz,
Steinsalz, Glas.
Gyps- und Glimmerpräparate.
Preisliste gratis.
B. Halle Nachfolger, Optisches Institut.
Berlin-Steglitz.

Richard Müller-Uri, Braunschweig
Schleinitzstr. 19
Physikalische, chemische und meteorologische Unterrichts-Apparate und -Utensilien. — Glastechnische Präzisionsarbeiten.
Neuheiten: Coulombmeter nach Stephan D.R.G.M. — Righis Röhren für magnetische Strahlen mit Vakuum-Regulierung D.R.G.M. — Quecksilber-Schnellpumpe. — Präzisions-Vakuometer D.R.G.M. — Pizzarello-Apparat. — Apparate für flüssige Luft. — Verflüssigte Gase in Röhren. — Projektions- und Extrem-Thermometer. — Elektroskope und Trockensäulen. — Vakuumröhren nach Braun, Crookes, Geißler, Puluj, Lecher, Röntgen, Wehnelt. — Leuchtschirme. — Normal-Geißlerröhren-Serie „Kompendium". — Original-Vakuumskalen nach Croß.

Physiker oder Dipl.-Ingenieur
gesucht für Arbeiten auf dem Gebiet der
magnetischen Meßapparate.
Bewerbungen erbeten an
Siemens & Halske A.-G. Wernerwerk, Abt. M.
Siemensstadt bei Berlin.

Neuste Konstruktion!

Kugelepiskop. D.R.P. 250314.

Franz Schmidt & Haensch
Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16
Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.
Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. s.
Preislisten kostenlos.